



دانشگاه آزاد اسلامی واحد اهر  
فصلنامه‌ی علمی فضای جغرافیایی

سال بیست‌وسوم، شماره‌ی ۸۱  
بهار ۱۴۰۲، صفحات ۱۸-۱

DOI:10.52547/GeoSpa.23.1.1

ابراهیم احمدزاده<sup>۱</sup>  
\*خلیل ولیزاده کامران<sup>۲</sup>  
داوود مختاری<sup>۳</sup>  
علی اکبر رسولی<sup>۴</sup>

## کاربرد مدل فرآیند نقطه‌ای پوآسن جهت تجزیه و تحلیل دماهای فرین (مطالعه موردی: ایستگاه آبعلی)

تاریخ پذیرش: ۱۳۹۸/۰۶/۰۶

تاریخ دریافت: ۱۳۹۸/۰۲/۱۶

### چکیده

در تحقیق حاضر، مدل فرآیند نقطه‌ای پوآسن جهت تحلیل فراوانی و شدت دماهای فرین سرد و گرم در ایستگاه آبعلی طی دوره آماری ۲۰۱۶-۱۹۸۳ به کار گرفته شده است. مدل فرآیند نقطه‌ای پوآسن (پاریتو- پوآسن) بر اساس روش اوج-های بالاتر از آستانه طراحی شده است. در روش مذکور، ابتدا یک آستانه دمایی مناسب با بهره‌گیری از روش‌های آماری انتخاب گردیده و سپس توزیع پاریتو- پوآسن به مقادیر بالاتر از آستانه برازش داده شد. بدین ترتیب که ابتدا صدک ۹۵ام داده‌ها به عنوان آستانه دمایی اولیه (۲۷/۷ و ۱۰- درجه سانتی‌گراد به ترتیب برای بیشینه و کمینه دما) انتخاب شد و سپس با استفاده از روش‌های نموداری به آستانه مناسب (۲۷/۹ و ۱۰/۹- درجه سانتی‌گراد به ترتیب برای بیشینه و کمینه

۱ - دانشجوی دکتری اقلیم‌شناسی، گروه جغرافیا، واحد مرند، دانشگاه آزاد اسلامی، ایران.

E-mail: valizadeh@tabrizu.ac.ir

\*۲- گروه سنجش از دور و GIS، دانشکده برنامه‌ریزی و علوم طبیعی، دانشگاه تبریز. (نویسنده مسئول).

۳- گروه ژئومورفولوژی، دانشکده برنامه‌ریزی و علوم محیطی، دانشگاه تبریز.

۴- گروه آب و هواشناسی، دانشکده برنامه‌ریزی و علوم محیطی، دانشگاه تبریز.

دما) اصلاح گردید. تخمین پارامترهای توزیع با روش حداکثر درست‌نمایی انجام گرفت و دماهای فرین به ازای دوره‌های بازگشت مختلف برآورد گردید. جهت اعتبارسنجی مدل، نمودارهای چندک- چندک و آماره کی دو مورد استفاده قرار گرفت. نتایج نشان داد که مدل فرآیند نقطه‌ای پواسن قابلیت زیادی جهت مدل‌سازی دماهای فرین دارد. کلمات کلیدی: دماهای فرین، فرآیند نقطه‌ای پواسن، پاریتو- پواسن، مدل POT، دوره بازگشت، آبعلی.

#### مقدمه

در اصطلاح اقلیم‌شناسی انحراف زیاد از وضعیت اقلیمی متوسط، فرین اقلیمی نامیده می‌شود (Marengo, 2010). به عبارتی، فرین‌های اقلیمی حوادث کمیاب و شدیدی هستند که مطابق با صدک ۱۰ام یا ۹۰ام (آستانه‌های با ۱۰٪ مقادیر کمتر یا بیشتر) می‌باشند. سری مقادیر فرین مجموعه داده‌هایی است که شامل بزرگ‌ترین یا کوچک‌ترین مقدار مشاهده‌شده در هر یک از دوره‌های زمانی با فواصل یکسان (مانند سال) در طول یک دوره آماری (مثلاً ۳۰ سال) می‌باشد (Chow et al., 1988). فرین‌های اقلیمی خسارت‌های زیاد بر بخش‌های کشاورزی، منابع طبیعی و سازه‌های عمرانی وارد می‌کنند؛ چراکه این عناصر بر پایه شرایط عادی محیطی و بر مبنای میانگین‌های اقلیمی شکل گرفته‌اند. لذا ضروری است مقادیر فرین و تغییرپذیری آن، در بخش‌های مختلف نظیر آب، کشاورزی، طراحی شهری و ... مورد توجه قرار گیرد. مهم‌ترین روش جهت ارزیابی آماری دماهای فرین، مدل‌سازی دنباله‌های توزیع مقادیر فرین است. هدف این نوع مطالعه، تعریف شکل توزیع فرین و برآورد پارامترها می‌باشد. این روش مبتنی بر تئوری مقادیر فرین بوده و توزیع‌های نظری مربوط را توزیع‌های دنباله‌دار می‌نامند. در واقع تئوری مقادیر فرین، بیشینه یا کمینه سری زمانی  $y_1, y_2, \dots, y_n$  با توزیع احتمال مشخص و رفتار آن‌ها را شناسایی و مدل‌سازی می‌کند (Asakareh, 2013: 55). تئوری مقادیر فرین دارای دو رویکرد کلاسیک و مدرن می‌باشد. رویکرد کلاسیک بر مبنای ماکزیمای مشاهدات<sup>۵</sup> شکل گرفته است که بیشترین (یا کمترین) مقدار یک نمونه از متغیرهای تصادفی (نظیر دما یا بارش) را در طول یک بازه زمانی مشخص (نظیر ماه، فصل، سال) مدنظر قرار می‌دهد که معمولاً توزیع این گونه داده‌ها با توزیع مقدار حدی تعمیم‌یافته توجیه می‌شود (Coles, 2001). اما جهت درک بهتر تغییرات گذشته و پتانسیل تغییرات آینده پارامترهای اقلیمی، تجزیه و تحلیل در مقیاس زمانی روزانه مورد نیاز است. از این رو رویکرد مدرن تلاش می‌کند تا اطلاعات موجود بیشتری درباره دنباله بالایی یک توزیع را به کار گیرد. در این زمینه رویکرد مقادیر اوج‌های بالاتر از یک حد آستانه<sup>۶</sup> ( $POT$ ) اولین بار توسط هیدرولوژی ست‌ها ارائه گردید، که از دو جزء تشکیل شده است: فرآیند پواسن که وقوع یک رویداد فرین (یعنی مقدار بیش از حد آستانه) را کنترل می‌کند و توزیع پاریتوی تعمیم‌یافته برای مدل‌سازی میزان افراط از یک حد آستانه (Katz, 2010). در این روش، مقادیری که از یک مقدار آستانه بلند معلوم تجاوز می‌کنند، در نظر گرفته می‌شوند.

5 - block maxima

6 - Peaks-Over-Threshold

Naveau et al (2500) توزیع پاریتوی تعمیم یافته را به داده‌های دما و بارش شبیه‌سازی شده توسط مدل اقلیمی برازش داده و تغییرات مقادیر بازگشت ۳۰ ساله را در سمت اروپایی اقیانوس اطلس بررسی نمودند. (Abaurrea et al (2008) به مدل‌سازی و پیش‌بینی رویدادهای فرین گرم با استفاده از روش پواسون و خروجی یک مدل گردش عمومی در حوضه رودخانه ایبرو در اسپانیا پرداختند. (Unkasevic and Tomic(2009) دو توزیع  $GEV$  و  $GPD$  را به سری‌های زمانی حداقل و حداکثر دمای مطلق زمستان و تابستان برازش دادند و سطوح بازگشت<sup>۷</sup> مقادیر حدی را برای دوره‌های ۱۰ و ۱۰۰ ساله به دست آوردند. (kysely et al (2010) دماهای فرین را با روش اوج‌های بالاتر از آستانه و دوره بازگشت ۲۰ ساله اروپا پیش‌بینی نمودند. (Jahanbakhsh et al(2013) رویدادهای اقلیمی فرین را با استفاده از مدل‌های بلوک ماکزیمما و اوج‌های بالاتر از آستانه در زنجان تحلیل نموده و مقادیر آن را برای دوره‌های بازگشت مختلف برآورد کردند (Serafraz(2012) تغییرات رویدادهای فرین اقلیمی را در شمال غرب ایران با استفاده از مدل‌های بلوک ماکزیمما و اوج‌های بالاتر از آستانه بررسی نمود. (Jahanbakhsh et al(2014) توزیع مقادیر کرانه‌ای تعمیم یافته به دما و بارش‌های فرین در تبریز برازش داده و مقادیر چندک متغیرها به ازای دوره‌های بازگشت مختلف تخمین زده شد. هدف تحقیق حاضر، تجزیه و تحلیل دماهای فرین با استفاده از مدل فرآیند نقطه‌ای پواسن در ایستگاه ابعلی می‌باشد.

#### داده‌ها و روش‌ها

ایستگاه سینوپتیک ابعلی در استان تهران و در عرض جغرافیایی ۳۵ درجه و ۴۵ دقیقه شمالی و طول جغرافیایی ۵۰ درجه و ۵۳ دقیقه شرقی واقع شده است. ایستگاه مذکور در ارتفاع ۲۶۴۵ متری واقع شده است. داده‌های دمای حداقل و حداکثر روزانه ایستگاه ابعلی طی دوره آماری ۲۰۱۶-۱۹۸۳ جهت استفاده در پژوهش حاضر انتخاب گردید.

مدل فرآیند نقطه‌ای پواسون<sup>۸</sup>

تئوری مقادیر حدی مدرن بر اساس رویکرد اوج‌های بالاتر از حد آستانه ( $POT$ ) استوار است که در آن نیاز به سری داده‌های روزانه وجود دارد. در این روش، مقادیری که از یک مقدار آستانه بیشتر باشند، در نظر گرفته می‌شوند و امکان برآورد بهتر توزیع به دلیل زیاد بودن داده‌های ورودی امکان‌پذیر است (Qavidel Rahimi, 2011). در این روش فرض بر این است که سری زمانی مستقل بوده و به‌طور یکسان توزیع شده‌اند (Sugahara et al., 2009). مدل فرآیند نقطه‌ای پواسون یک روش غیرمستقیم برای برازش توزیع‌های کرانه‌ای به مقادیر حدی بالاتر از آستانه می‌باشد (Reiss and Thomas, 1997). پارامترهای مدل فرآیند نقطه‌ای را می‌توان برحسب پارامترهای توزیع مقادیر کرانه‌ای تعمیم یافته ( $GEV$ ) یا برحسب پارامترهای توزیع پاریتوی تعمیم یافته ( $GPD$ ) بیان نمود که در حالت اخیر، روش مذکور، مدل

7 - Return Level

8 - Poisson Point Process

پاریتو- پواسون<sup>۹</sup> نامیده می‌شود. مدل پاریتو- پواسون از دو جزء تشکیل شده است: یک فرآیند پواسون جهت مدل‌سازی وقوع رویدادهای بالاتر از حد آستانه (یعنی  $x_i > u$ ) با استفاده از پارامتر شدت ( $\lambda$ )، و یک توزیع پاریتوی تعمیم‌یافته جهت مدل‌سازی میزان افراط از آستانه (یعنی  $x_i - u$ ) با دو پارامتر شکل و مقیاس. به عبارت دیگر، روش مذکور با عنوان یک فرآیند غیر همگن دوبعدی، دو توزیع پواسون و پاریتوی تعمیم‌یافته را ترکیب کرده که یک بعد آن زمان و بعد دیگر آن مقادیر حدی می‌باشد (Katz et al., 2002). تابع توزیع احتمالاتی پاریتو- پواسون به شرح زیر است (Smite, 2001):

$$pr\{max Y_i \leq x\} = exp\left\{-\lambda(1 + \xi^* \frac{x-u}{\sigma^*})^{-1/\xi^*}\right\} \quad \text{رابطه (۱)}$$

در رابطه فوق،  $x > u$  بوده،  $\xi^*$  پارامتر شکل،  $\lambda$  پارامتر شدت پواسون،  $u$  آستانه و  $\sigma^*$  پارامتر مقیاس می‌باشد. در صورتی که پارامتر  $\xi^*$  به سمت صفر میل کند، این مدل به مدل پواسون- نمای ساده می‌شود (Katz et al., 2002). پارامتر شکل ( $\xi$  و  $\xi^*$ ) در هر دو مدل  $GEV$  و پاریتو- پواسون یکسان است، از این رو هر دو مدل شامل اندازه‌گیری مشابهی از توزیع‌های با دنباله سنگین می‌باشند. پارامتر مقیاس ( $\sigma^*$ ) در توزیع پاریتو- پواسون متفاوت از پارامتر مقیاس ( $\sigma$ ) در توزیع  $GEV$  می‌باشد و بستگی به مقدار  $u$  دارد. انطباق بین پارامترهای مدل پاریتو- پواسون (یعنی  $\lambda$ ،  $\sigma^*$ ،  $\xi^*$ ) و پارامترهای توزیع  $GEV$  (یعنی  $\mu$ ،  $\sigma$ ،  $\xi$ ) در رابطه زیر مشاهده می‌شود (Smite, 2001):

$$log \lambda = -(1/\xi) log[1 + \xi(u - \mu)/\sigma^*], \quad \sigma = \sigma^* + \xi^*(u - \mu), \quad \xi^* = \xi \quad \text{رابطه (۲)}$$

روابط فوق می‌تواند برای حل پارامترهای مقیاس و موقعیت مدل فرآیند نقطه‌ای پواسون به کار روند. از این رو حل روابط فوق برای پارامترهای مقیاس و موقعیت به شرح زیر می‌باشد:

$$Log \sigma^* = log \sigma + \xi log \lambda \quad \text{رابطه (۳)}$$

$$\mu = u - \frac{\sigma^*}{\xi^*} (\lambda^{-\xi^*} - 1) \quad \text{رابطه (۴)}$$

پس از انتخاب حد آستانه مناسب، تکنیک حداکثر درست‌نمایی می‌تواند جهت تخمین پارامترهای مدل پاریتو- پواسون به کار رود. در روش پاریتو- پواسون، مقادیر داده‌ها را می‌توان به عنوان یک بردار دوبعدی  $X$  و  $Z$  در نظر گرفت که  $X$  بیانگر مقدار متغیر بوده و  $Z$  نشان می‌دهد که این مقدار از حد آستانه بیشتر است یا نیست (به عنوان مثال، اگر  $X$  بزرگ‌تر از حد آستانه بود،  $Z=1$  و در غیر این صورت  $Z=0$  می‌باشد). اگر فرض کنیم که  $f(X, Z; \mu, \sigma, \xi)$  چگالی ترکیبی منطبق با فرآیند پواسون غیر همگن دوبعدی را نشان دهد که مقادیر  $(X, Z)$  حاصل آن است، در این صورت این چگالی را می‌توان با عبارت زیر بیان نمود:

$$-ln f(x, z; \mu, \sigma, \xi) \quad \text{رابطه (۵)}$$

$$\begin{aligned}
&= z \left\{ \ln[\sigma + \xi(u - \mu)] + \left(\frac{1}{\xi}\right) \ln\left[1 + \frac{\xi(u-\mu)}{\sigma}\right] \right\} \\
&+ z \left( 1 + \frac{1}{\xi} \right) \ln\left\{ 1 + \frac{[\xi(x-u)]}{[\sigma + \xi(u-\mu)]} \right\} \\
&+ h \left[ 1 + \frac{\xi(u-\mu)}{\sigma} \right]^{-1/\xi} \\
&1 + \frac{[\xi(x-u)]}{[\sigma + \xi(u-\mu)]} > 0.
\end{aligned}$$

فرض بر این است که نمونه تصادفی دو متغیره  $\{(X_i, Z_i): i=1, 2, \dots, n\}$  به شکل  $(X, Z)$  در رابطه فوق وجود دارد. روش حداکثر درست‌نمایی شامل ارزیابی رابطه مذکور در هر یک از اعضای نمونه می‌باشد (یعنی:  $-\ln f(X_i, Z_i; \mu, \sigma, \xi)$ ،  $i=1, 2, \dots, n$ )، با جمع این  $n$  عبارت و تعیین پارامترهای  $\mu, \sigma$  و  $\xi$  به وسیله روش‌های عددی که مجموع این‌ها را به حداقل می‌رساند. رابطه فوق، برای چگالی ترکیبی وقوع مقادیر بالاتر از آستانه و میزان افراط از آستانه مستقیماً از رابطه فرآیند نقطه‌ای تبعیت می‌کند. در مواردی که سری زمانی همگن و ایستاست، پارامترهای مدل پاریتو- پواسن ثابت می‌باشند. اما در مواردی که سری غیر ایستا باشد، پارامتر شدت ( $\lambda$ ) در فرآیند پواسن برای وقوع مقادیر بالاتر از آستانه می‌تواند با عنوان  $h\lambda$  نوشته می‌شود، که در آن  $h$  مقیاس زمانی می‌باشد. بدین معنی که در سری‌های غیر ایستا، پارامترها را می‌توان وابسته به زمان در نظر گرفت. لذا  $\lambda$  معادل شدت برای دوره زمانی است که مقدار حداکثر در آن زمان به وقوع پیوسته است. توزیع میزان افراط از حد آستانه ( $u$ ) پاریتوی تعمیم یافته با پارامتر مقیاس  $\sigma^*$  و پارامتر شکل  $\xi^*$  می‌باشد. بنابراین، تابع چگالی ترکیبی را می‌توان بدین صورت نوشت:

$$\begin{aligned}
&-\ln f(X, Z; \lambda, \sigma^*, \xi^*) \tag{رابطه ۶} \\
&= Z \left\{ \ln \sigma^* + \left( 1 + \frac{1}{\xi^*} \right) \ln \left[ 1 + \frac{\xi^*(X-u)}{\sigma^*} \right] \right\} \\
&-Z \ln \lambda + h\lambda, \quad 1 + \frac{\xi^*(X-u)}{\sigma^*} > 0.
\end{aligned}$$

جمله اول رابطه فوق، تابع چگالی لگاریتم منفی برای افراط از آستانه می‌باشد، که به شاخص  $Z$  ضرب شده است (چراکه یک مقدار فراتر از آستانه به شرطی وجود خواهد داشت که افراط از آستانه صورت گرفته باشد). دو جمله دیگر در رابطه فوق، یک عبارت تقریبی برای تابع احتمالاتی لگاریتم منفی شاخص  $Z$  برای وقوع رویداد فرین تشکیل می‌دهند، به جز عبارتی که بستگی به پارامتر  $\lambda$  ندارد. لذا برای فرآیند پواسن کنترل کننده وقوع رویداد فرین می‌توان نوشت:

$$-\ln[\text{pr}\{Z = z\}] \approx h\lambda - z \ln(h\lambda) \tag{رابطه ۷}$$

روش انتخاب حد آستانه ( $u$ )

در تحقیق حاضر، صدک نود و پنجم سری زمانی داده‌ها به‌عنوان آستانه اولیه در نظر گرفته شد (Coelho et al., 2008; Friederichs, 2010). سپس آستانه انتخاب‌شده، تحت آزمون قرار گرفت تا مناسب یا نامناسب بودن آن مشخص شود. جهت اعتبارسنجی و آزمون آستانه منتخب از دو روش نموداری استفاده گردید. روش اول، نمودار میانگین باقیمانده عمر<sup>۱۰</sup> ( $MRL$ ) است (Lechner et al., 1992). در روش  $MRL$ ، میانگین افراط از آستانه در برابر آستانه ( $u$ ) ترسیم می‌گردد. روش دوم، بازبینی مدل- پایه<sup>۱۱</sup> ( $MBC$ ) نامیده می‌شود. اگر توزیع یک سری زمانی منطبق با پاریتو- پواسون باشد، در صورت تغییر حد آستانه، مقدار پارامتر شکل ( $\xi$ ) و نیز مقدار پارامتر مقیاس اصلاح‌شده ( $\sigma^*$ )، ثابت خواهد ماند. مقدار  $\sigma^*$  به طریق زیر به دست می‌آید:

$$\sigma^* = \sigma_u - \xi_u \quad \text{رابطه (۸)}$$

در نمودار  $MBC$ ، پارامتر شکل ( $\xi$ ) و پارامتر مقیاس اصلاح‌شده ( $\sigma^*$ ) در برابر آستانه ( $u$ ) ترسیم گردید. بدین شکل که ابتدا با انتخاب آستانه‌های مختلف، سری داده‌ها با توزیع برازش داده شد و مقادیر پارامترهای شکل و مقیاس اصلاح‌شده در ارتباط با آستانه‌های مختلف تخمین زده شد. سپس مقادیر برآورد شده برای این پارامترها در مقابل هر آستانه ترسیم شد و در روی نمودار به‌دست‌آمده، محدوده‌ای که در آن، مقادیر پارامترهای مذکور تقریباً ثابت بود، در نظر گرفته شد عبارت دیگر، عددی به‌عنوان آستانه مناسب انتخاب شد که در آستانه‌های بالاتر از آن، مقادیر پارامترها بدون تغییر و تقریباً ثابت باقی می‌ماند (Mazas and Hamm, 2011).

روش حذف خوشه‌بندی<sup>۱۲</sup> در سری داده‌ها

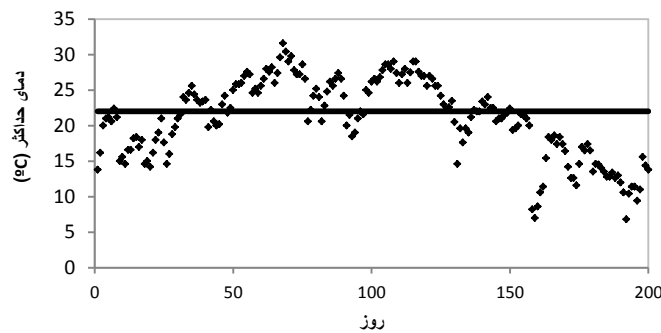
فرآیند نقطه‌ای پواسن نیاز به داده‌های مستقل از یکدیگر دارد. با این حال دماهای فرین معمولاً به‌صورت گروهی و خوشه‌ای اتفاق می‌افتند و استقلال زمانی آن‌ها یک فرض غیرواقعی است (pe Oliveria et al., 2010). همان‌طور که در شکل (۱) مشاهده می‌شود، دماهای حداکثر بالاتر از آستانه  $22^\circ\text{C}$  در ایستگاه ابعلی به‌صورت گروهی ظاهر شده‌اند، بدین معنی که به دنبال یک روز بسیار گرم، یک یا چند روز بسیار گرم دیگر اتفاق افتاده است. به‌منظور حذف خوشه‌بندی، بعد از انتخاب آستانه، هر جا چندین عدد پیاپی بالاتر از آستانه وجود داشت، به‌عنوان یک خوشه در نظر گرفته شد. در مرحله بعد یک حداقل فاصله ( $r$ ) یا  $run\ length$  بین هر دو خوشه تعریف شد. به این معنی که هر جا بین دو عدد

10- Mean Residual Life plot

11- Model Based Check

12- Declustering

متوالی بیش از آستانه (دو رویداد فرین پیاپی)  $r$  عدد متوالی کمتر از آستانه وجود داشت، یک خوشه به پایان می‌رسید و خوشه بعدی شروع می‌شد. در نهایت بالاترین مقدار در داخل هر خوشه با توزیع پاریتو- پواسن برازش داده شد.



شکل ۱: بخشی از سری زمانی دمای حداکثر روزانه در ایستگاه آبعلی

Figure 1: Part of the daily maximum temperature time series at Abali station

در پژوهش حاضر، مقدار  $r$  برای داده‌ها با توجه به مقدار شاخص اکسترمال ( $\theta$ ) تعیین گردید. شاخص اکسترمال که از تقسیم تعداد خوشه‌ها بر تعداد مقادیر بالاتر از آستانه به دست می‌آید، بیان‌کننده میزان خودهمبستگی داده‌ها می‌باشد، بدین معنی که  $\theta=1$  نشان‌دهنده استقلال کامل داده‌هاست و هر چه مقدار آن از ۱ کوچک‌تر باشد، به این معنی است که به همان اندازه میزان خودهمبستگی در سری زمانی زیاد است (Azad Gholami et al., 2022). جهت تخمین پارامترهای توزیع، روش‌های متعددی نظیر گشتاورها، گشتاورهای احتمالی وزن‌دار، حداکثر درست‌نمایی و ... وجود دارد. باین حال روش حداکثر درست‌نمایی به‌عنوان کارآمدترین و کامل‌ترین روش برآورد پارامتر محسوب می‌شود که در مقایسه با روش‌های دیگر، کوچک‌ترین واریانس نمونه را برای تخمین پارامترها و به تبع آن برای برآورد چندک‌ها به دست می‌دهد (Rao and Hamed, 2000). از این رو در پژوهش حاضر روش حداکثر درست‌نمایی مبنای کار قرار گرفت.

محاسبه دوره بازگشت

یکی از روش‌های مورد استفاده جهت ارزیابی وقوع و شدت رویدادهای فرین استفاده از میانگین فواصل زمانی بین رویدادها<sup>۱۳</sup> می‌باشد. میانگین مذکور در واقع دوره بازگشت آن رویداد مورد نظر است. مقدار چندک نظیر دوره بازگشت  $T$  ( $X_T$ ) از رابطه زیر محاسبه شد:

$$X_T = u + \frac{\sigma^*}{\xi^*} [1 - (\lambda T)^{\xi^*}] \quad \text{رابطه (۹)}$$

در رابطه فوق،  $T$  تعداد مشاهدات که به‌عنوان مثال برای دوره بازگشت ۱۰ سال برابر با  $365 \times 10$  خواهد بود،  $u$  آستانه،  $\sigma^*$  پارامتر مقیاس، و  $\xi^*$  پارامتر شکل و  $\lambda$  پارامتر شدت می‌باشد.

باند اطمینان چندک با استفاده از روش نیمرخ لگاریتم درست‌نمایی<sup>۱۴</sup> محاسبه گردید. کاربرد روش نیمرخ لگاریتم درست‌نمایی جهت محاسبه باند اطمینان توسط Gillelland and Katz (2005) در ارتباط با داده‌های دما، نتایج بهتری را ارائه داد؛ چراکه این روش عدم تقارن داده‌ها را در نظر می‌گیرد. در روش نیمرخ لگاریتم درست‌نمایی یک توزیع  $\chi^2$  برای سری داده‌ها فرض شده و با بیشینه نمودن تابع درست‌نمایی باند اطمینان مناسب محاسبه شد (Sanabria and Cechet, 2007). به‌منظور به دست آوردن نیمرخ لگاریتم درست‌نمایی برای پارامتر شکل،  $\xi_0 = \xi_0$  قرار داده و درست‌نمایی در ارتباط با سایر پارامترها بیشینه گردید (Coles, 2001). این کار برای دامنه‌ای از مقادیر  $\xi_0$  تکرار شد. مقادیر بیشینه شده متناظر درست‌نمایی، نیمرخ لگاریتم درست‌نمایی را برای پارامتر شکل به دست داد که جهت تخمین باند اطمینان به کار رفت. به همین ترتیب برای چندک‌های مختلف نیز، باند اطمینان برآورد گردید.

جهت اعتبارسنجی مدل پاریتو-پوآسن، از نمودارهای چندک-چندک و نیز آزمون کی دو استفاده‌شده است. آماره کی دو با  $k-1$  درجه آزادی با مقدار جدول  $\chi^2$  در سطح معنی‌داری ۵ درصد مقایسه می‌شود. اگر از مقدار جدول کوچک‌تر بود، به این معنی است که توزیع موردنظر با داده‌ها همخوانی معنی‌داری دارد.

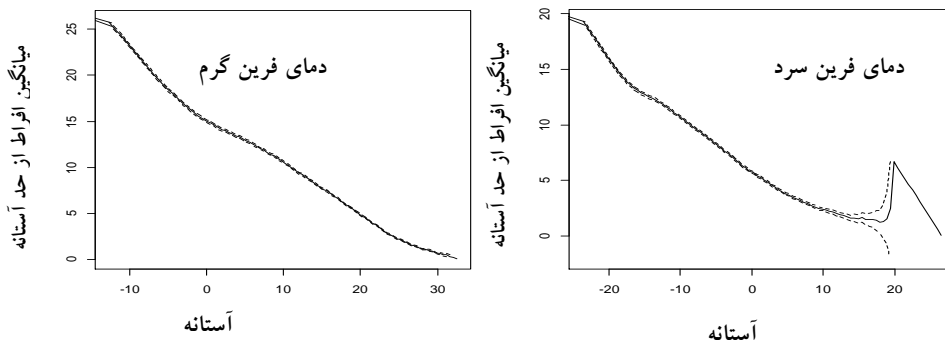
## نتایج

به‌منظور مطالعه رفتار دنباله توزیع دماهای فرین، ابتدا برای سری زمانی روزانه دمای حداکثر و حداقل ایستگاه آبعلی طی دوره ۱۹۸۳-۲۰۱۶، یک حد آستانه تعیین‌شده و سپس با تعیین حداقل فاصله زمانی ( $r$ ) حذف خوشه‌بندی از سری داده‌های بالاتر از آستانه انجام گرفت. بدین‌صورت با فیلتر داده‌های پی‌درپی وابسته به هم، هر خوشه به‌عنوان یک رویداد فرین منفرد در نظر گرفته شد و سپس توزیع پاریتو-پوآسون به مقادیر اوج خوشه‌ها برازش داده شد. جهت انتخاب آستانه مناسب ( $u$ )، صدک ۹۵ام داده‌ها به‌عنوان آستانه اولیه ( $u_0$ ) در نظر گرفته شد و از طریق نمودارهای میانگین باقیمانده عمر ( $MRL$ ) و بازبینی مدل-پایه ( $MBC$ ) آستانه تحت بررسی قرار گرفت تا مناسب یا نامناسب بودن آن مشخص شود (شکل ۲).

صدک نود و پنجم حداکثر دمای روزانه در آبعلی،  $27/7$  درجه سانتی‌گراد است که به‌عنوان آستانه اولیه ( $u_0$ ) در نظر گرفته شد. با دقت در نمودارهای  $MBC$  مشخص می‌گردد که در آستانه  $27/9$  میزان انحراف در پارامترهای شکل و مقیاس اصلاح‌شده بسیار کم بوده و نمودار از حالت ایستا برخوردار است. ولی در آستانه‌های بالاتر از ۲۹ به دلیل کاهش

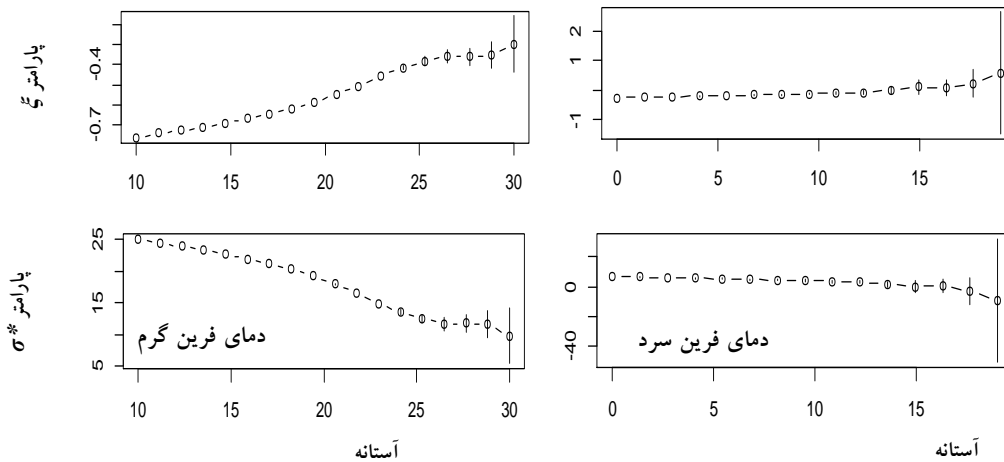


تعداد داده‌ها، انحراف شدید در نمودار ملاحظه می‌شود. بنابراین آستانه مناسب باید مابین ارقام ۲۷/۹ تا ۲۹ انتخاب شود. به جهت اینکه در اینجا سعی بر این است که حد آستانه تا حد امکان پایین انتخاب شود تا بدین شکل داده‌های بیشتری در دست باشد، بنابراین عدد ۲۷/۹ به عنوان حد آستانه در نظر گرفته شد. در شکل (۲)، نیز نمودار  $MRL$  در آستانه‌های بالاتر از ۲۷/۹ یک حالت خطی را نشان می‌دهد. بر این اساس عدد ۲۷/۹ به عنوان مناسب‌ترین آستانه انتخاب شد. به همین ترتیب برای دماهای فرین سرد نیز آستانه مناسب (۱۰/۹-) تعیین گردید.



شکل ۲: نمودارهای  $MRL$  برای دماهای فرین

Figure 2: MRL charts for extremes temperatures



شکل ۳: نمودارهای  $MBC$  برای دماهای فرین

Figure 3: MBC plots for extremes temperatures

در گام بعدی حذف خوشه‌بندی در سری‌های زمانی دما، بافاصله یک روز ( $r=1$ ) انجام گرفت. مقدار  $r$  در ارتباط با میزان وابستگی در سری‌های زمانی انتخاب گردیده است. در این زمینه مقدار شاخص اکستریمال ( $\theta$ ) نقش تعیین‌کننده‌ای دارد. بعد از حذف خوشه‌بندی، سری‌های زمانی مستقلی ایجاد گردید و سپس توزیع پاریتو-پواسون بر

آن‌ها برازش داده شد. مدل پاریتو-پواسون ( $GP-P$ ) شامل یک توزیع  $GPD$  جهت مدل‌سازی میزان افراط از آستانه (یعنی  $x_i - u$ ) با پارامترهای شکل ( $\xi^*$ )، مقیاس ( $\sigma^*$ ) و موقعیت ( $\mu$ ) و یک فرآیند پواسون جهت مدل‌سازی وقوع رویدادهای بالاتر از حد آستانه (یعنی  $x_i > u$ ) با یک پارامتر شدت ( $\lambda$ ) می‌باشد. با استفاده از روش حداکثر درستنمایی، مقادیر پارامترهای موقعیت ( $\mu$ )، مقیاس ( $\sigma^*$ )، شکل ( $\xi^*$ ) و پارامتر شدت پواسون ( $\lambda$ ) برای دماهای فرین به دست آمد (جدول ۱). در جدول مزبور، پارامتر شکل ( $\xi^*$ ) نشان‌دهنده رفتار دنباله توزیع پاریتو-پواسون می‌باشد. پارامتر مقیاس ( $\sigma^*$ ) تغییرپذیری توزیع را نشان می‌دهد و در ایستگاهی که در معرض رویدادهای حدی شدیدتر باشد، بزرگ‌تر خواهد بود. از سوی دیگر، پارامتر مقیاس با حد آستانه انتخاب‌شده نیز در ارتباط است. به‌گونه‌ای که هرچه حد آستانه بیشتر می‌شود، مقدار پارامتر مقیاس بیشتر می‌گردد. اعداد داخل پرانتز در جداول، مقادیر خطای استاندارد پارامترها را نشان می‌دهند. همچنین  $u$  بیانگر آستانه انتخاب‌شده، و  $r$  بیانگر حداقل فاصله بین خوشه‌هاست.  $n_c$  تعداد خوشه‌های به‌دست‌آمده از سری زمانی،  $\zeta_u$  احتمال وقوع یک رویداد بالاتر از آستانه بوده که از تقسیم تعداد مقادیر بالاتر از آستانه بر تعداد کل داده‌ها به دست می‌آید و  $\theta$  شاخص اکستریمال می‌باشد.

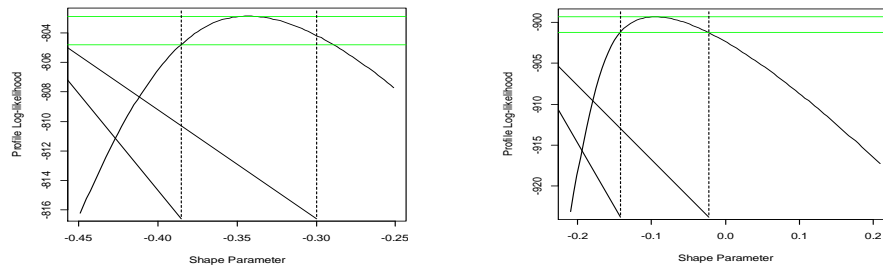
جدول ۱- پارامترهای مدل فرآیند نقطه‌ای پواسون برای دماهای فرین

Table 1- Poisson point process model parameters for extremes temperatures

پارامترهای پاریتو-پواسون				$\theta$	$\zeta_u$	$n_c$	$r$	$u$	دماهای فرین
$\lambda$	$\mu$	$\sigma^*$	$\xi^*$						
۶/۶	-۱۹/۴۷ (۰/۵۷)	۲/۲۳ (۰/۳۰)	-۰/۰۶ (۰/۰۶)	۱/۱۳	۰/۰۱۸	۲۵۳	۱	-۱۰/۹	فرین سرد
۸/۴	۲۹/۳۱ (۰/۰۶)	۱/۱۰ (۰/۱۵)	-۰/۲۵ (۰/۰۹)	۱/۲۱	۰/۰۱۳	۱۹۸	۱	۲۷/۹	فرین گرم

بر اساس جدول (۱)، پارامتر شکل در فرین‌های سرد و گرم منفی است. شکل (۴) نمودارهای نیمرخ لگاریتم درشت‌نمایی برای پارامتر شکل را نشان می‌دهد. در شکل مذکور، باندهای اطمینان ۹۵٪ با نقطه‌چین‌های قائم مشخص شده است. خط افقی بالایی حداکثر نیمرخ لگاریتم درستنمایی و خط افقی پایینی مقدار بحرانی کی دو در سطح اطمینان ۹۵٪ را نشان می‌دهد، جایی که نیمرخ درستنمایی خط افقی پایینی را قطع می‌کند، باند اطمینان ۹۵٪ بوده و جایی که نیمرخ لگاریتم درستنمایی خط افقی بالایی را قطع می‌کند، مقدار پارامتر شکل برآورد شده می‌باشد. با توجه به شکل (۴)، پارامتر شکل با فواصل اطمینان (۰/۰۲، -۰/۱۴) در فرین‌های سرد و (۰/۲۹، -۰/۳۹) در فرین‌های گرم که کوچک‌تر از صفر می‌باشند، می‌توان استنباط نمود که دنباله بالایی توزیع کران‌دار و متناهی می‌باشد.

شاخص اکستریمال ( $\theta$ ) دماهای فرین گرم حاکی از این است که خودهمبستگی شدید در سری زمانی داده‌ها وجود داشته که ضرورت انجام عمل حذف خوشه‌بندی را تأیید می‌کند. مقدار پارامتر موقعیت ( $\mu$ ) که نمایانگر میانگین داده‌هاست، در فرین‌های سرد -۱۹/۴۷ و در فرین‌های گرم ۲۹/۳۱ می‌باشد. مقدار پارامتر شدت پواسون که بیان‌کننده متوسط تعداد رویدادهای فرین بالاتر از آستانه در هر سال است، ۶/۶ و ۸/۴ به ترتیب برای فرین‌های سرد و گرم می‌باشد.



شکل ۴: نمودارهای نیمرخ لگاریتم درست‌نمائی پارامتر شکل دمای فرین سرد (راست) و گرم (چپ).

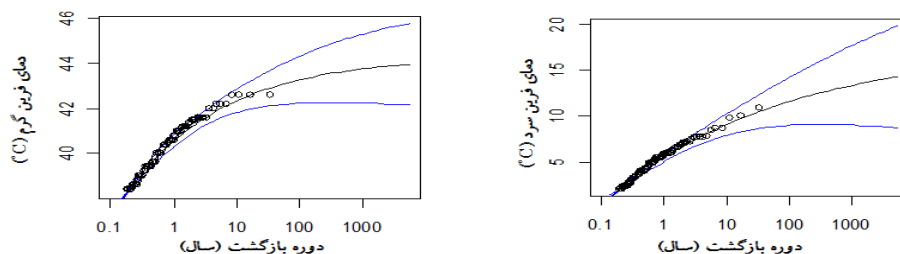
Figure 4: Profile graphs of the logarithm of the shape parameter of cold (right) and hot (left) extremes temperatures

پس از تخمین پارامترها، سطوح بازگشت مختلف یا چندک برای دماهای فرین با فواصل اطمینان ۹۵٪ محاسبه گردید. تابع سطح بازگشت، مقدار رویداد حدی روزانه ( $x_T$ ) را که به‌طور متوسط یک‌بار در هر  $T$  مشاهده روزانه، فراتر از حد آستانه خواهد بود، به دست می‌دهد. پس از محاسبه سطوح بازگشت و فواصل اطمینان آن برای فرین‌های سرد و گرم در دوره‌های بازگشت مختلف، منحنی‌های رشد برای آن‌ها ترسیم شد که در شکل (۵) نشان داده شده است. اگر در برازش تابع پاریتو- پواسن به رویدادهای حدی، پارامتر شکل برآورد شده، مثبت باشد، منحنی رشد به‌دست آمده، به‌صورت مقعر خواهد بود؛ اگر پارامتر شکل برآورد شده منفی باشد، منحنی رشد به‌صورت محدب و اگر پارامتر شکل نزدیک صفر باشد، منحنی رشد به‌صورت خطی خواهد بود. در تحقیق حاضر، به دلیل منفی بودن پارامتر شکل در ارتباط با فرین‌های سرد و گرم، منحنی‌های مربوط به آن‌ها غیرخطی بوده و حالت محدب دارند. هرچه پارامتر شکل منفی‌تر باشد، منحنی رشد مربوط به آن محدب‌تر می‌باشد.

بررسی منحنی‌های رشد نشان داد که در دوره آماری ۳۴ ساله (۲۰۱۶-۱۹۸۳) بیشتر دماهای فرین مشاهده شده دوره بازگشت ۱ تا ۱۰ سال دارند. در دوره‌های بازگشت بالاتر، مشاهدات کمتری به وقوع پیوسته‌اند. بررسی باندهای اطمینان منحنی‌های رشد نشان داد که انحراف مدل پاریتو- پواسن حتی در دوره‌های بازگشت بالا کمتر است. اما با بالا رفتن دوره بازگشت، فواصل باند اطمینان افزایش می‌یابد. این امر نشان‌دهنده این است که با بالا رفتن دوره بازگشت، عدم قطعیت در نتایج افزایش می‌یابد که ناشی از برونیابی داده‌ها در مقیاس فراتر از محدوده زمانی دوره آماری مورد مطالعه (۳۴ سال) می‌باشد. باندهای اطمینان نشان داد که دوره‌های بازگشت محاسبه شده پس از ۱۰۰۰ سال، بیش از حد غیرقابل اعتماد برای استفاده در برنامه‌های کاربردی و عملی است. هر چه طول دوره آماری طولانی‌تر باشد، عدم قطعیت نتایج به‌دست آمده کاهش پیدا می‌کند.

به‌منظور برآورد دقیق‌تر باندهای اطمینان، از روش نیمرخ لگاریتم درست‌نمائی استفاده شد تا برآورد عدم قطعیت نامتقارن، امکان‌پذیر گردد. به‌عنوان نمونه شکل (۶)، نیمرخ لگاریتم درست‌نمائی برازش تابع پاریتو- پواسن برای دوره های بازگشت دماهای فرین ۱۰ سال را نشان می‌دهد. نتایج نشان داد که با افزایش دوره بازگشت از میزان تقارن نیمرخ

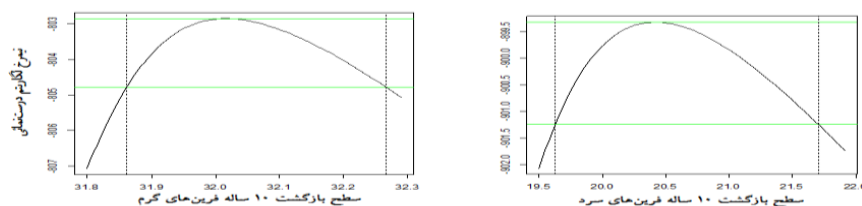
لگاریتم درست‌نمایی کاسته می‌شود. با این حال حتی در دوره‌های بازگشت بالاتر، میزان تقارن نسبتاً بیشتر است. این امر به این دلیل است که مدل پاریتو-پواسن از اطلاعات بیشتری استفاده می‌کند و فقط به یک حداکثر داده در هر سال اکتفا نمی‌کند؛ چراکه ممکن است در یک سال بخصوص، چندین رویداد حدی بالاتر از حد آستانه رخ داده باشد. با استفاده از



شکل ۵: منحنی‌های رشد دماهای فرین ایستگاه آبعلی بافاصله اطمینان ۹۵٪ (نقاط مقادیر مشاهداتی، منحنی‌ها مقادیر برآورد شده با تابع پاریتو-پواسن و خطوط اطراف، باند اطمینان را نشان می‌دهند).

Figure 5: Frein temperature growth curves of Abali station with 95% confidence interval (points are observed values, curves are estimated values with Pareto-Poisson function and surrounding lines show the confidence band).

روش نیم‌رخ لگاریتم درست‌نمایی، باندهای اطمینان دقیق برای دوره‌های بازگشت مختلف چندک‌های دماهای فرین برآورد شده و در جدول (۲) درج گردیده است. با دقت در ارقام جداول مذکور مشخص می‌گردد که فواصل باندهای اطمینان به دست آمده از مدل، کمتر و میزان تقارن در باندها بیشتر است. از این رو، حتی در دوره‌های بازگشت بالا نیز مدل نتایج قابل قبولی را ارائه کرده است.



شکل ۶: نیم‌رخ لگاریتم درست‌نمایی تابع پاریتو-پواسن برای دوره بازگشت ۱۰ سال

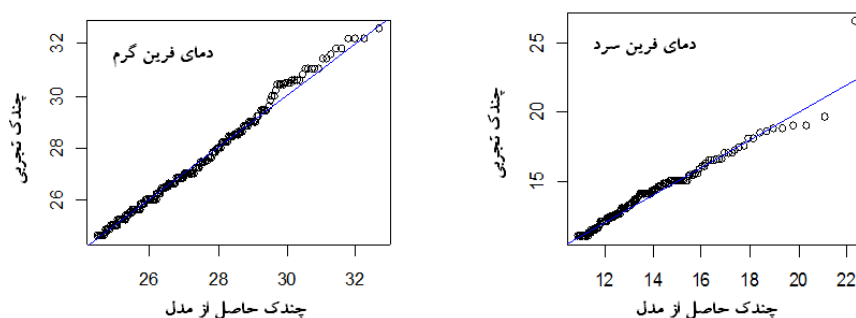
Figure 6: The logarithmic profile of the Pareto-Poisson function for the return period of 10 years

جدول ۲- مقادیر چندک دماهای فرین در دوره‌های بازگشت مختلف به همراه فواصل اطمینان ۹۵٪.

Table 2- Quotient values of Extremes temperatures in different return periods along with 95% confidence intervals.

ایستگاه	سال ۵	سال ۱۰	سال ۲۵	سال ۵۰	سال ۱۰۰
دماهای فرین سرد	-۱۸۷	-۲۰/۱	-۲۱/۸	-۲۳/۰	-۲۴/۲
	(-۱۷/۸ ، -۲۰/۲)	(-۱۹/۰ ، -۲۲/۳)	(-۲۰/۳ ، -۲۵/۱)	(-۲۱/۲ ، -۲۷/۵)	(-۲۲/۱ ، -۲۹/۹)
دماهای فرین گرم	۳۱/۵	۳۱/۹	۳۲/۵	۳۲/۸	۳۳/۰
	(۳۱/۱ ، ۳۲/۱)	(۳۱/۵ ، ۳۲/۸)	(۳۱/۹ ، ۳۳/۸)	(۳۱/۵ ، ۳۴/۴)	(۳۱/۷ ، ۳۵/۱)

اعتبارسنجی مدل فرآیند نقطه‌ای پواسن با استفاده از نمودارهای چندک-چندک و آزمون کی دو ( $\chi^2$ ) انجام گرفت. نمودارهای چندک-چندک (شکل ۷)، صحت مدل برازش داده شده به دماهای فرین را مورد تأیید قرارداد. مقادیر حاصل از آزمون کی دو برابر با  $3/41$  و  $0/97$  به ترتیب برای فرین های گرم و سرد می باشد که کمتر از مقدار بحرانی کی دو در سطح معنی داری  $0/05$  می باشد. به طوری که بر اساس نمودارهای چندک-چندک و آماره کی دو می توان نتیجه گرفت که مدل فرآیند نقطه‌ای پواسن قابلیت زیادی جهت مدل سازی دماهای فرین دارد.



شکل ۷: نمودارهای چندک-چندک حاصل از برازش مدل فرآیند نقطه‌ای پواسن

Figure 7: Quantile-quantile diagrams resulting from fitting the Poisson point process model

### بحث و نتیجه گیری

هدف پژوهش حاضر، کاربرد مدل فرآیند نقطه‌ای پواسن (پاریتو- پواسن) جهت تجزیه و تحلیل دماهای فرین می باشد. بدین منظور از داده‌های روزانه دمای حداقل و حداکثر ایستگاه آبعلی طی دوره  $2016-1983$  استفاده شده است. پس از برازش مدل و تخمین پارامترها، منحنی های رشد ترسیم گردید. بررسی منحنی های رشد نشان داد که در دوره آماری  $34$  ساله ( $2016-1983$ ) بیشتر دماهای فرین مشاهده شده در ایستگاه ها دوره بازگشت  $1$  تا  $10$  سال دارند و در دوره های بازگشت بالاتر، مشاهدات کمتری به وقوع پیوسته اند. همچنین باندهای اطمینان منحنی های رشد دماهای فرین نشان داد که انحراف مدل پاریتو- پواسن حتی در دوره های بازگشت بالا کمتر است. اما با بالا رفتن دوره بازگشت، فواصل باند اطمینان افزایش می یابد. این امر نشان دهنده این است که با بالا رفتن دوره بازگشت، عدم قطعیت در نتایج افزایش می یابد که ناشی از برون یابی داده ها در مقیاس فراتر از محدوده زمانی دوره آماری مورد مطالعه ( $34$  سال) می باشد. باندهای اطمینان نشان داد که دوره های بازگشت محاسبه شده پس از  $1000$  سال، بیش از حد غیر قابل اعتماد برای استفاده در برنامه های کاربردی و عملی است.

بررسی نیمرخ لگاریتم درست نمایی بیانگر این است که با افزایش دوره بازگشت از میزان تقارن نیمرخ لگاریتم درست نمایی کاسته می شود. باین حال حتی در دوره های بازگشت بالاتر، میزان تقارن نسبتا بیشتر است. این امر به این دلیل

است که مدل پاریتو- پوآسن از اطلاعات بیشتری استفاده می‌کند و فقط به یک حداکثر داده در هر سال اکتفا نمی‌کند؛ چراکه ممکن است در یک سال بخصوص، چندین رویداد حدی بالاتر از حد آستانه رخ داده باشد. در نهایت نمودارهای چندک- چندک و مقادیر آماره آزمون کی دو حاصل نشان داد که مدل فرآیند نقطه‌ای پوآسن (پاریتو- پوآسن) از قابلیت زیادی جهت مدل‌سازی دماهای فرین برخوردار است.

## References

- Abaurrea, J., Asin, J., Cebrian, A. C., Centelles, A., (2007), "Modeling and forecasting extreme hot events in the central Ebro valley, A continental-Mediterranean area", *Global and Planetary Change*, 57: 43-58.
- Asakre, H., (2013), "Changing the distribution of the frequency of rainfall in the city of Zanjan", *Geography and environmental planning*, 1: 51-66. [In Persian].
- Azad, G., Rezaei., Gandhamkar, A., (2022), "Analysis of the occurrence of heavy rains in Talashbasin - Anzali Lagoon", *Geographical space*, 74: 33-49. [In Persian].
- Chow, V.T., Maidment, D.R., Mays, L., (1988), "*Applied hydrology*", Mc Graw: london.
- Coelho, C. A. S., Ferro, C. A. T., Stephenson, D. B., Steinskog, D.J., (2008), "Methods for exploring spatial and temporal variability of extreme events in climate data", *Journal of Climate*, 21: 2072-2092.
- Coles, S., (2001), "*An introduction to statistical modeling of extreme values*". Springer: London.
- De Oliveira, M. M. F., Ebecken, N. F. F., de Oliveira, J. L. F., Gilleland, E., (2010), "Generalized extreme wind speed distributions in South America over the Atlantic Ocean region", *Theoretical and Applied Climatology*, 104: 377-385.
- Friederichs, P., (2010), "Statistical downscaling of extreme precipitation events using extreme value theory", *Extremes*, 13: 109-132.
- Gilleland, E., Katz, R.W., (2005), "*Analysing seasonal to interannual extreme weather and climate variability with the extremes toolkit*". National Center for Atmospheric Research (NCAR): Boulder CO, USA.
- Jahanbakhsh, S., Khurshiddoost, A. M., Din-Pazoh, Y., Serafroze, F., (2014), "Trend analysis and estimation of return periods of temperature and precipitation limits in Tabriz", *Journal of geography and planning*. 50: 133-107. [In Persian].
- Jahanbakhsh, S., Khorshiddoost, A.M., Dinpashoh, Y., Sarafrouzeh, F., (2013), "Frequency analysis of climate extreme events in Zanjan, Iran", *Stochastic Environmental Research and Risk Assessment*, 27: 1637-1650. [In Persian].
- Katz, R.W., (2002), "Do weather or climate variables and their impacts have heavy-tailed distributions". 16th Conference on Probability and Statistics in the Atmospheric Sciences, Boston, American Meteorological Society, 7-8 July 2002.
- Katz, R.W., (2010), "Statistics of extremes in climate change", *Climate Change*, 100: 71-76.
- Kysely, J., Picek, J., Beranova, R., (2010), "Estimating extremes in climate change simulations using the peaks-over-threshold method with a non-stationary threshold", *Global and Planetary Change*, 72: 55-68.
- Lechner, J.A., Leigh, S.D., Simiu, E., (1992). "Recent approaches to extreme value estimation with application to wind speeds. Part I: the Pickands Method", *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 41-44: 509-519.
- Marengo, J.A., (2010), "*Extreme weather and climate events in Brazil*", Springer pub: New York.

- Mazas, F., Hamm, L., (2011), "A multi-distribution approach to POT methods for determining extreme wave heights", *Coastal Engineering* ,58: 385-394.
- Naveau, P., Nogaj, M., Ammann, C., Yiou, P., Cooley, D., Jomelli, V., (2005), "Statistical methods for the analysis of climate extremes", *Comptes Rendus Geoscience* ,337: 1013–1022.
- Qavidel Rahimi Y.,(2011) ,"Temporal models of analysis and prediction of low oven temperatures in Tehran", *Geographical space*,37:141-157. [In Persian].
- Rao, A. R., Hamed, K. H., (2000), "*Flood frequency analysis* ", CRC pub:London.
- Reiss, R.D., Thomas, M.,(1997), "*Statistical analysis of extreme values* ". Birkhäuser: Basel pub.
- Sanabria, L.A., Cechet, R.P., (2007), "*A statistical model of severe winds*". Geoscience Astralia pub:canberra.
- Serafroze, F., (2012), "Study of extreme climatic events and their causes in selected stations in North-West Iran". PhD thesis. Faculty of geography, Tabriz University. [In Persian].
- Smith, R.L., (2001),"Extreme value statistics in meteorology and the environment", *Environmental Statistics*, 8: 300–357.
- Sugahara, S.,Da Rocha, R., Silveira, R.,, (2009), "Non-stationary frequency analysis of extreme daily rainfall in Sao Paulo, Brazil", *International Journal of Climatology* ,29: 1339–1349.
- Unkasevic, M.; Tomic, I., (2009), "Changes in extreme daily winter and summer temperatures in Belgrade", *Theoretical and Applied Climatology*. 95: 27-38.



## Application of the Poisson Point Process Model for Analyzing of Extreme Temperatures (Case Study: Abali Station)

1. Ibrahim Ahmadzadeh, Department of Satellite Climatology, Marand Branch, Islamic Azad University, Marand, Iran
2. Khalil Valizadeh Kamran, Department of Remote Sensing and GIS, University of Tabriz \*  
(valizadeh@tabrizu.ac.ir)
3. Davood Mokhtari, Department of Geomorphology, University of Tabriz
4. Ali Akbar Rasouli, Department of Climatology, University of Tabriz

### Introduction

In the current research, the Poisson point process model is used to analyze the frequency and intensity of cold and hot oven temperatures in Abali station. Poisson point process model (Pareto-Poisson) is designed based on the method of peaks above the threshold. In the mentioned method, first a suitable temperature threshold was selected using statistical methods and then the Pareto-Poisson distribution was fitted to the values above the threshold. Distribution parameters were estimated by maximum likelihood method and Extreme temperatures were estimated for different return periods. To validate the model, Q-Q diagrams and chi-square statistics were used. The results showed that the Poisson point process model has a lot of ability to model extreme temperatures.

### Data and Methodology

Through the present research, using the daily observations, the minimum and maximum temperature of AbAli Synoptic Station in Tehran Province was analyzed from 1983 to 2016, in base of higher peaks of extreme temperatures threshold method. Poisson point process model is an indirect method for fitting the coastline distributions for higher finite values. After selecting the suitable threshold limit, maximum likelihood technique can be used for determining the Poisson- Pareto model parameters. In the current study, Ninety-fifth percentile of the time series data was considered as the primary threshold. Two graph methods was used for validating and testing the selected threshold. First method is called Mean Residual Life plot and second method is called Model Based Check. To evaluate the event and severity of extreme events, Average of Reoccurrence Intervals was used. Finally, to validate the Poisson-Pareto model, Q-Q plot and Chi Square were used.

## Results

Attending the values of the figure's parameter with confidence intervals (-0.14, -0.02) in cold extremes (-0.39, -0.29) in heat extremes which is lower than zero, it can be inferred that the higher Sequence of the distribution is bounded and finite. Exploring the developing curves showed that through the 34-year statistical period (1983-2016), most of the observed extreme temperatures included the 1 to 10-year return period. In higher returning periods, less observation were happened. Determining the confidence bands accurately, Likelihood Logarithm Profile Method was used to make asymmetric uncertainty determination possible. Results showed that by increasing returning period, Likelihood Logarithm Profile Symmetry value reduced. Results accessed from Chi-Square test were 3.41 and 0.97 for heat and cold extremes, respectively, which lower than critical value of Chi Square in significant level was 0.05; that is, in base of Q-Q plots and Chi-Square, it can be understood that Poisson Point Process Model includes the high quality for modeling the extreme temperature modeling.

## Discussion and Conclusion

The aim of the present research is applying the Poisson Point Process Model (Pareto-Poisson) for analyzing the extreme temperatures, so, daily data of minimum and maximum temperature of AbAli Station through 1983-2016 was used. After fitting the model and determining the parameters, the developing curves were drawn. Exploring the developing curves showed that in 34-year statistical period (1983-2016), most observed extreme temperatures included the 1 to 10-year returning period. In the higher returning periods, less observations were happened. Exploring the confident bands of developing curves illustrated that Paetro-Poisson model deviation was low even in high returning periods, but by ascending the returning period, confidence band intervals increase. This shows that by ascending the returning period, uncertainty is increased in results. Exploring the Likelihood Logarithm Profile shows that by increasing the returning period, the value of Likelihood Logarithm Profile Asymmetry is reduced. However, even in higher returning periods, the value of asymmetry is relatively more. This is because Paetro-Poisson model uses much data and doesn't confine a maximum data in each year.

**Key Words:** Climate Extremes, Mean Residual Life Plot, Basic-Model Review, Tehran Province