



دانشگاه آزاد اسلامی واحد اهر
فصلنامه علمی-پژوهشی فضای جغرافیایی

سال پانزدهم، شماره ۵۰
تابستان ۱۳۹۴، صفحات ۲۳۱-۲۰۹

یوسف قویدل رحیمی^۱
مهدی عالی جهان^۲
روح الله اوجی^۳

بررسی مدل‌های جبری و زمین‌آماري در پهنه‌بندی بارش استان اردبیل

تاریخ پذیرش: ۹۳/۰۹/۱۳

تاریخ دریافت: ۹۳/۰۲/۰۹

چکیده

دو روش قطعی شامل توابع شعاع محور (آر بی اف) و روش عکس فاصله وزنی (آی دی دبلیو) و دو روش زمین‌آماري شامل روش کریجینگ و کوکریجینگ درون‌یابی، به منظور برآورد بارش سالانه ۲۹ ایستگاه سینوپتیک استان اردبیل، مورد آزمون قرار گرفتند. برای این منظور، از داده‌های ایستگاه‌های مختلف در سطح استان شامل ۴ ایستگاه سینوپتیک، ۱ ایستگاه کلیماتولوژی و ۲۴ ایستگاه باران‌سنجی، در یک بازه زمانی ۱۰ ساله (۱۹۹۵-۲۰۰۵)، استفاده شد. بررسی عملکرد مدل‌های فوق، با استفاده از روش اعتبار سنجی متقاطع و نیز شاخص‌های خطای میانگین انحراف خطا، میانگین قدر مطلق خطا و ریشه دوم میانگین مربع خطا، انجام گرفت. در نهایت، جهت شناسایی مناطق برآورد پایین و یا بالا برآورد هر مدل در سطوح ارتفاعی بالاتر از توزیع مکانی ایستگاه‌ها، خروجی هریک از مدل‌ها کنترل شد. نتایج نشان داد که مدل کریجینگ نسبت به سایر روش‌ها دارای خطای کم‌تری بوده و با

E-mail: mail:ghavidel@modares.ac.ir

۱- استادیار گروه جغرافیای طبیعی، دانشگاه تربیت مدرس.

۲- دانشجوی کارشناسی ارشد آب و هواشناسی کاربردی، دانشگاه تربیت مدرس.

۳- استادیار گروه جغرافیا، دانشگاه گیلان.

نقشه توزیع ارتفاعی منطقه هم‌خوانی دارد. لذا روش مذکور، به‌عنوان بهترین روش برآورد بارندگی مناطق فاقد اطلاعات با اختلاف توپوگرافیک شدید استان اردبیل، تشخیص داده شد.

کلید واژه‌ها: نگاشت بارش، روش‌های قطعی و زمین‌آماري درون‌یابی، اعتبارسنجی متقاطع، استان اردبیل.

مقدمه

بارش به عنوان عنصر اقلیمی تأمین کننده آب، نقش بسیار مهمی در چرخه آب و به تبع از آن در حیات و مامت اکوسیستم‌ها دارد. تخمین مقدار بارش پهنه‌های مختلف یک منطقه در برنامه‌ریزی‌ها به‌ویژه آمایش سرزمین بسیار بااهمیت محسوب می‌شود. مناطقی در هر سرزمین وجود دارند که به هر دلیل تحت پوشش ایستگاه‌های هواشناسی نبوده یا پوشش ایستگاه‌ها به دلیل تنوع توپوگرافیک و وسعت زیاد پاسخگوی اندازه‌گیری دقیق بارش پهنه‌ای منطقه نیست. به منظور رفع این مشکل اغلب از روش‌های درون‌یابی، جهت برآورد مقادیر بارش پهنه‌های واقع در مناطق فاقد اطلاعات (مناطق که تحت پوشش هیچ ایستگاه هواشناسی نبوده و اغلب تنوع توپوگرافیک شدیدی دارند) استفاده می‌شود. به دلیل اینکه عدم دقت در انتخاب روش مناسب باعث خطا در تخمین بارش و یا دیگر عنصر اقلیمی مورد تخمین، می‌گردد. از این رو لازم است در پژوهش‌های کاربردی، روش‌های مختلف با همدیگر مقایسه شده و مناسب‌ترین روش، مورد استفاده قرار گیرد.

تحقیقات مقایسه‌ای وسیعی در ارتباط با روش‌های مختلف درون‌یابی در راستای پهنه‌بندی بارش صورت گرفته که از آن جمله آن‌ها می‌توان به تجزیه و تحلیل چند متغیره زمین‌آماري تبخیر و تعرق و بارش کوهستانی اسپانیا (مارتینز، ۱۹۹۵: ۱۹)، درون‌یابی داده‌های بارش (دیرکس و همکاران، ۱۹۹۸: ۱۸۷) و نگرش زمین‌آماري به تنوع ارتفاعی جهت درون‌یابی فضایی بارش (گووارتر، ۱۹۹۹: ۱۱۳) و مطالعات مشابه بی‌شمار دیگر اشاره نمود. همچنین هاسین (۲۰۱۰: ۸۸۰) در مطالعه‌ای تحت عنوان درون‌یابی زمانی-مکانی بارش‌های موسمی پاکستان، بارش‌های مذکور را پهنه‌بندی نمود. در پژوهشی تحت عنوان تجزیه و تحلیل مقایسه‌ای فنون مختلف درون‌یابی فضایی داده‌های بارش برای تولید سری‌های زمانی ماهانه برای بارش‌های دوره‌ای در سیسیل ایتالیا که توسط دی پیازا (۲۰۱۱: ۳۹۶)، صورت گرفته روش‌های مختلف زمین‌آماري مورد مقایسه قرار گرفتند. بوستان (۲۰۱۲: ۱۱۵) نیز در مطالعه‌ای تحت عنوان مقایسه تکنیک‌های کریجینگ و رگرسیون برای ترسیم میانگین بارش سالانه ترکیه، به پهنه‌بندی بارش سالانه این کشور از طریق تکنیک‌های زمین‌آماري و جبری پرداخته است. کلبوتی و همکاران (۲۰۱۲: ۴۶۸)، در تحقیقی

تحت عنوان درون یابی فضایی بارش سالانه در آنابای الجزایر، با مقایسه و ارزیابی مدل ها، به درون یابی بارش در این منطقه مذکور پرداخته اند.

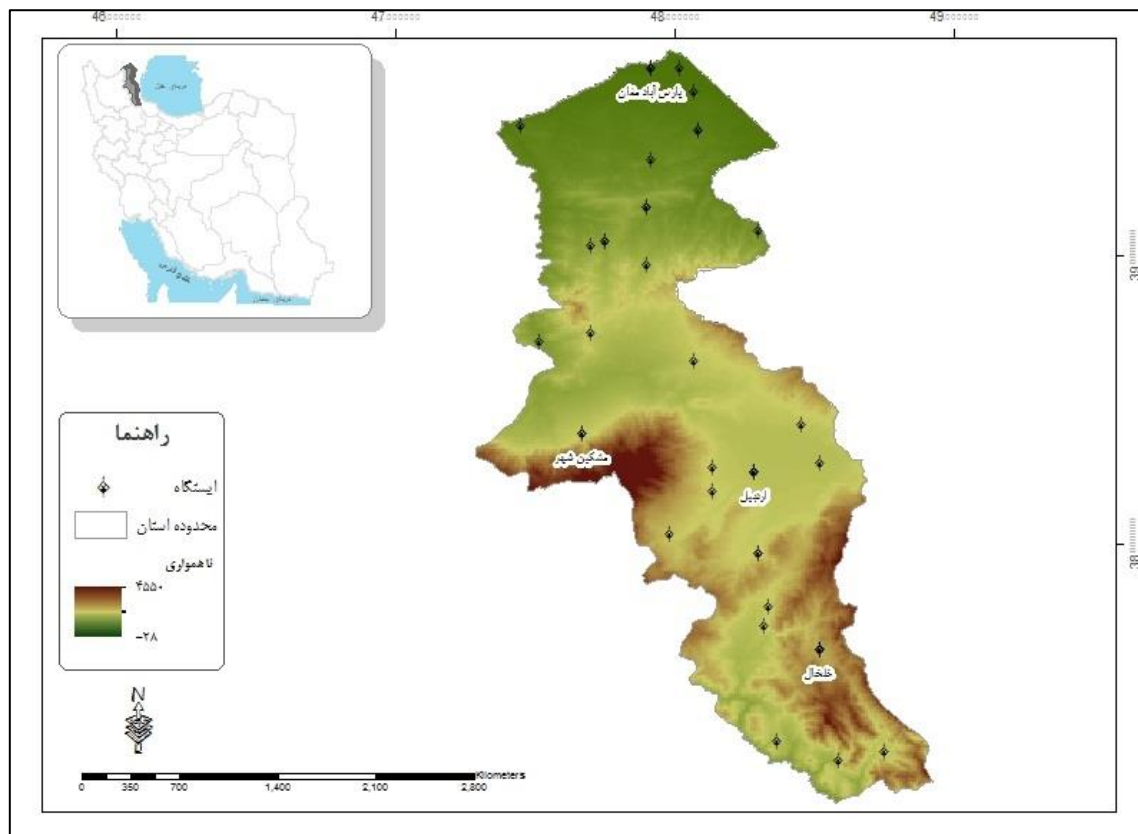
در ایران نیز مطالعات متعددی انجام گرفته که از آن جمله آن ها می توان به بررسی توزیع مکانی بارندگی روزانه و ماهانه در حوضه دریای خزر توسط رحیمی بندرآبادی و مهدیان (۱۳۸۳: ۶۳)، اشاره کرد. آن ها در این پژوهش از روش های کریجینگ معمولی، میانگین متحرک وزنی و TPSS جهت برآورد بارش استفاده کرده اند و به این نتیجه رسیده اند که روش TPSS به توان ۲ جهت پهنه بندی بارش در این منطقه مناسب می باشد. در پژوهشی تحت عنوان ارزیابی شبیه های درون یابی محیط سامانه اطلاعات جغرافیایی در پهنه بندی داده های بارندگی استان فارس، که توسط شمس نیا (۱۳۸۷: ۳۵)، با استفاده از زمین آمار انجام شده این نتیجه حاصل شده است که مدل ثنوریکی نمایی جهت پهنه بندی بارش استان فارس مناسب می باشد. در پژوهشی دیگر تحت عنوان، ارزیابی و برآورد بیش ترین بارش ۲۴ ساعته در استان گلستان توسط جهانی و دلبر (۱۳۸۸: ۱۳)، که با استفاده از روش های کریجینگ معمولی، کوکریجینگ و میانگین متحرک وزنی صورت گرفته این نتیجه حاصل شده است که روش کوکریجینگ با استفاده از متغیر کمی ارتفاع برای تمامی دوره ها به غیر از زمستان بهترین روش جهت تخمین بارندگی در این استان می باشد. مهرشاهی و خسروی (۱۳۸۸: ۲۳۳)، در پژوهشی با عنوان، ارزیابی روش های میان یابی کریجینگ و رگرسیون خطی بر پایه مدل ارتفاعی رقومی جهت تعیین توزیع مکانی بارش سالانه، به درون یابی این متغیر اقلیمی در استان اصفهان پرداخته و به این نتیجه رسیدند که تابع رگرسیونی کسینوسی برای میان یابی بارش منطقه مورد مطالعه، مناسب می باشد. پژوهشی دیگری با عنوان برآورد بارندگی فصلی و سالانه با استفاده از روش های درون یابی چند متغیره دامنه جنوبی البرز در استان سمنان (زارع چاهوکی و زارع چاهوکی، ۱۳۸۹: ۳۹) به انجام رسیده که در آن با استفاده از روش کریجینگ به برآورد بارش سمنان پرداخته شده است. نتایج به دست آمده نشان می دهد که به دلیل همبستگی بالای بارش و ارتفاع در منطقه، روش کریجینگ می تواند به عنوان بهترین روش درون یابی در منطقه محسوب شود. غضنفری مقدم و همکاران (۱۳۸۹: ۲۰۷) در پژوهشی تحت عنوان مقایسه مدل Persiann با روش های درون یابی، به منظور کاربرد در تخمین مقادیر بارندگی روزانه خراسان شمالی، به مقایسه روش Persiann با روش های کریجینگ و عکس فاصله وزنی جهت پهنه بندی بارش خراسان شمالی پرداخته و به این نتیجه رسیده اند که خروجی مدل Persiann نسبت به دو روش درون یابی مورد استفاده، به واقعیت نزدیک تر بوده و از همبستگی بالاتری نیز برخوردار است. در پژوهشی

دیگر تحت عنوان، کاربرد روش‌های زمین‌آمار در مطالعات توزیع مکانی بارش استان کرمان که توسط میرموسوی و میریان (۱۳۹۰: ۱۵۳) صورت گرفته، با استفاده از روش‌های کریجینگ و عکس فاصله وزنی به پهنه‌بندی بارش استان کرمان پرداخته شده است. نتایج حاصله نشان می‌دهد که کریجینگ با سطح خطای پایین‌تر، روش بهتری برای درونیابی بارش در این منطقه می‌باشد. ذبیحی و همکاران (۱۳۹۰: ۱۰۱) نیز در مطالعه با عنوان بررسی توزیع مکانی بارش سالانه با استفاده از روش‌های زمین‌آمار، با دو روش کریجینگ و عکس فاصله وزنی به مطالعه درونیابی بارش در منطقه قم پرداخته‌اند و در پژوهشی که انجام داده‌اند این نتیجه حاصل شده است که روش کریجینگ با ضریب خطای کم‌تر نسبت به عکس فاصله وزنی، بهترین برآورد را برای این منطقه انجام داده است. مظفری و همکاران (۱۳۹۱: ۶۳) با استفاده از روش‌های کریجینگ ساده و معمولی و رگرسیون خطی بر پایه مدل رقومی ارتفاعی زمین اقدام به پهنه‌بندی بارش در استان بوشهر کرده‌اند. نتایج پژوهش آن‌ها حاکی از آن است که روش رگرسیون با تابع چند جمله‌ای درجه چهارم، به عنوان مناسب‌ترین روش جهت تخمین بارش در این منطقه می‌باشد. استان اردبیل با جای دادن دشت‌های وسیع و حاصل خیزی مثل دشت مغان، پارس‌آباد و غیره، به عنوان یکی از قطب‌های کشاورزی کشور به‌شمار می‌رود. لذا آگاهی نحوه توزیع عناصر اقلیمی از قبیل بارش که برای کشاورزی و دامپروری حائز اهمیت است، در تمام مناطق استان، ضروری به نظر می‌رسد. ایستگاه‌های اندازه‌گیری متغیرهای اقلیمی از جمله بارش در سطح استان از پوشش خوبی برخوردار نبوده و متأسفانه، پژوهش درخوری نیز در این راستا صورت نگرفته است. از این رو پژوهش حاضر، با استفاده از روش اعتبار سنجی متقاطع و چند شاخص معتبر اعتبار سنجی، به ارزیابی عملکرد روش‌های قطعی و تصادفی درونیابی، در نداشت بارش استان اردبیل می‌پردازد.

مواد و روش‌ها

استان اردبیل در شمال غرب ایران با مساحتی معادل ۱۷۹۵۰ کیلومتر مربع (۱/۱٪ از مساحت کشور) قرار دارد. همچنان که در شکل (۱) نشان داده شده است، این استان از لحاظ جغرافیایی در ۳۷ درجه و ۴۵ دقیقه تا ۳۹ درجه و ۴۲ دقیقه عرض شمالی و ۴۷ درجه و ۳۰ دقیقه تا ۴۸ درجه و ۵۵ دقیقه طول شرقی از نصف‌النهار گرینویچ در شمال غرب ایران واقع شده و این گستردگی در محور عرض جغرافیایی، همراه با عامل ارتفاع دشت‌ها و کوهستان‌های آن در ترکیبی هماهنگ باهم‌جواری دریای خزر، موقع خاصی به استان بخشیده است. سیمای طبیعی استان اردبیل با سایر نواحی فلات آذربایجان تفاوت زیادی دارد. این استان بخشی از فلات مثلثی شکل ایران در شرق فلات

آذربایجان بوده که حدود ۲/۳ آن دارای بافت کوهستانی با اختلاف ارتفاع زیاد و بقیه را مناطق هموار و پست تشکیل می دهند (<http://arwww.ir>).



شکل ۱: موقعیت ایستگاه های مورد بررسی در نقشه ناهمواری استان اردبیل

جهت انجام این پژوهش از داده های سالانه بارش ۴ ایستگاه سینوپتیک، ۱ ایستگاه کليما تولوژی و ۲۴ ایستگاه باران سنجی برای سال های ۱۹۹۵ تا ۲۰۰۵ میلادی استفاده شد. لازم به ذکر است که تمام ایستگاه ها دارای پوشش کاملی از داده های بارش برای دوره مذکور بودند که نویسندگان را از بازسازی داده ها، بی نیاز می نمود.

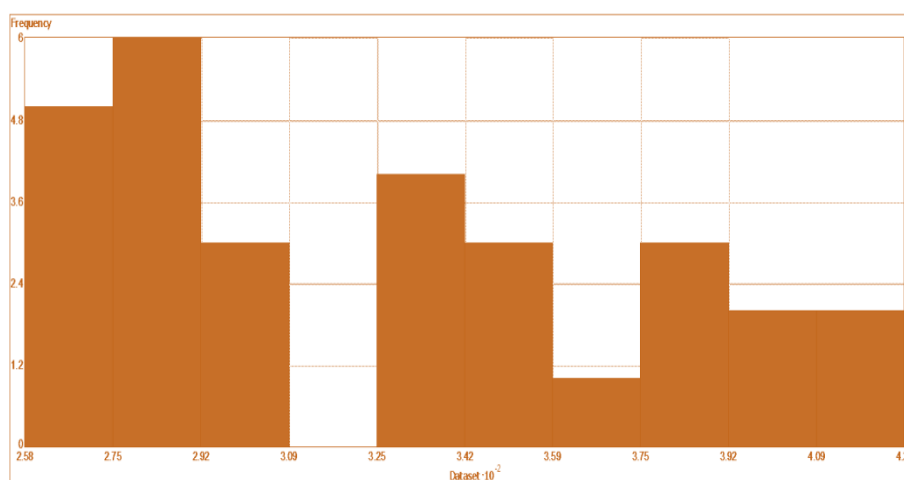
بررسی شکل (۲) نشان دهنده این است که ارتفاع منطقه حدودا مابین ۲۸- تا ۴۵۵۰ متر می باشد. بررسی نقشه سطوح ارتفاعی و پراکندگی ایستگاه های منطقه مورد مطالعه نشان می دهد که ایستگاه ها تا ارتفاع ۲۱۷۶ متری در سطح استان پراکنده شده اند، و از ارتفاعات بالاتر از این مقدار ایستگاهی مشاهده نمی شود. بنابراین احتمال این که در هنگام درون یابی در سطوح ارتفاعی که ایستگاهی در آن وجود ندارد، برون یابی^۴ صورت گیرد زیاد است. لذا به منظور

4- Extrapolation

شناسایی مناطق برآورد پایین و یا برآورد بالای هر مدل در سطوح ارتفاعی بالاتر از توزیع ایستگاه‌های منطقه، خروجی هر مدل کنترل می‌شود. قبل از انجام پژوهش، همگن بودن داده‌ها توسط آزمون ران تست مورد ارزیابی قرار گرفت و از همگن بودن داده‌ها اطمینان حاصل شد.

جدول ۱- آماره‌های توصیفی بارندگی سالانه در منطقه مورد مطالعه (به میلی‌متر)

میانگین	حداقل	حداکثر	انحراف معیار	ضریب تغییرات	واریانس	دامنه تغییرات	چولگی
۳۲۶/۳۵	۲۵۸/۴۴	۴۲۵/۴	۵۱/۱۶	۱۵/۶۷	۲۶۱۷/۹۹	۱۶۷	۰/۳۵



شکل ۲: نمودار هیستوگرام فراوانی داده‌ها

همبستگی بین بارش سالانه و ارتفاع ایستگاه‌ها در منطقه برابر با ۰/۶۲ می‌باشد که این همبستگی در سطح ۰/۰۱ معنادار است. لذا می‌توان گفت در سطح اطمینان ۰/۹۹ بین بارندگی سالانه استان اردبیل و ارتفاع منطقه ارتباط مستقیمی برقرار است. ضریب تعیین ارتفاع و بارندگی برابر با ۰/۳۸ می‌باشد که می‌توان نتیجه گرفت که ۰/۳۸ بارندگی سالانه اردبیل در نتیجه تأثیر عامل ارتفاع می‌باشد (جدول ۱). ضریب تغییرات بارندگی سالانه در سطح استان برابر با ۱۵/۶۷ درصد است که نشان از تغییرات کم بارندگی سالانه نسبت به سطح می‌باشد و نشانی از فقدان داده پرت در منطقه به حساب می‌آید.

روش‌های درونیابی قطعی^۵

در این روش، یک یا چند رویه به مجموعه نقاط مشاهده‌ای (Z) در مختصات معلوم برازش داده می‌شود. درونیاب‌های قطعی می‌توانند، دقیق و یا تقریبی باشند به‌طوری که اگر مقادیر مشاهده‌ای به عنوان مقادیر دقیق

(بدون خطا یا عدم قطعیت) در محل های نمونه گیری تلقی شود، استفاده از یک روش دقیق برای درونیابی توصیه می شود. ولی اگر مقداری عدم قطعیت برای متغیر در نظر گرفته شود ممکن است یک روش هموار انتخاب شود. لذا در این دسته توابع ریاضی مختلفی برای برازش سطوح درونیابی به نقاط معلوم می توانند استفاده شوند (ثقفیان و همکاران، ۱۳۸۹: ۶).

وزن دهی فاصله معکوس^۶

به طور کلی، چیزهایی که به یکدیگر نزدیک ترند، تمایل دارند بیش تر از چیزهایی که از هم دورترند، به هم شبیه تر باشند. این یک قاعده بنیادی در علوم جغرافیایی است. به طوری که می دانیم به طور پیوسته از موقعیتی که می خواهیم پیش بینی در آن انجام دهیم، هر چقدر دورتر می شویم، تأثیر نقاط کاهش می یابد. باید این نکته را مورد توجه قرار داد که لحاظ نمودن نقاطی که در فاصله دورتری از نقطه ای که می خواهیم پیش بینی را برای مقدار آن نقطه به دست آوریم، قرار گرفته اند، ممکن است عملاً زیان بار باشد، چرا که این امکان وجود دارد که این نقاط انتخابی در ناحیه ای واقع شده باشند که با نقطه پیش بینی شونده به طور چشمگیری متفاوت باشند. اگر مثلاً نمونه های برداشت شده، نسبتاً یکنواخت توزیع شده باشند و خصوصیات های سطحی در سرتاسر چشم انداز افقی تغییر نکند، ما می توانیم مقادیر سطحی را از نقاط مجاور با دقت معقولی پیش بینی نماییم. برای محاسبه ارتباط فاصله ای، می توان به این نکته اشاره داشت که مقادیر نقاط نزدیک تر از نقاطی که دورترند، وزن بزرگتری را به خود می گیرند (ترابی آزاد و همکاران، ۱۳۸۹: ۱۵). توان های بزرگ تر اثر نقاط دورتر از نقطه ای مورد تخمین را کاهش می دهند و توان های کوچک تر وزن ها را به طول یکنواخت تری بین نقاط همسایه توزیع می کنند (ثقفیان و همکاران، ۱۳۸۹: ۹۴). معادله عمومی به صورت رابطه (۱) است:

$$\hat{Z}(s_0) = \sum_{i=1}^N \lambda_i Z(s_i) \quad \text{رابطه (۱)}$$

که در آن $\hat{Z}(s_0)$ ، مقدار پیش بینی شونده برای موقعیت s_0 ، N ، تعداد نقاط نمونه برداری شده، λ_i ، وزن اختصاص داده شده برای هر نقطه و $Z(s_i)$ مقدار مشاهده شده در موقعیت s_i می باشد.

معادله (۲) نحوه تعیین وزن را نشان می دهد:

6- Inverse Distance Weighting (IDW)

$$\lambda_i = \frac{d_{i0}^{-p}}{\sum_{i=1}^N d_{i0}^{-p}}, \quad \sum_{i=1}^N \lambda_i = 1 \quad \text{رابطه (۲)}$$

در رابطه فوق λ_i وزن نقطه نمونه i ام، d_{i0}^{-p} فاصله بین موقعیت پیش‌بینی شونده S_i ، S_0 هر موقعیت اندازه‌گیری شده است (موحدی و سلطانیان، ۱۳۹۰: ۱۳۰).

روش توابع شعاع محور^۷ و تابع معکوس درجه چند (درجه دو به بالا)^۸

این روش به عنوان یکی از روش‌های توابع شعاعی محسوب می‌شود که به دلیل داشتن مقدار خطای کم‌تر و دقت بالا در این پژوهش از بین روش‌های مربوطه انتخاب گردیده است. توابع پایه‌ی شعاعی این توانایی را به ما می‌دهند که سطوحی را ایجاد نماییم که هم روندهای عام در آن‌ها در نظر گرفته شده‌اند و همچنین تغییرات محلی نیز در آن‌ها لحاظ شده باشند. این روش در نمونه‌هایی کمک کننده خواهد بود که رویه برازش شده برحسب مقادیر نمونه‌برداری شده، به دقت سطح را نمایش نمی‌دهد (ترابی آذر و همکاران، ۱۳۸۹: ۱۹). این روش می‌تواند روی داده‌های نویز داری که به‌طور نامنظم در یک منطقه پخش شده‌اند اعمال شده و یک درون‌یابی چند متغیره هموار روی داده‌ها انجام دهد. به عبارت دیگر روش RBF تابعی را می‌یابد که مشابه یک ورقه فلزی نازک است که به‌طور همواری خم شده است و مقید به گذشتن از تمامی داده‌ها می‌باشد. در این روش یک تابع $f(x, y)$ را می‌یابد که این تابع نه تنها از تمامی داده‌های موجود می‌گذرد، بلکه مقدار یک تابع انحنا را که میزان هموار بودن تابع $f(x, y)$ را می‌سنجد را نیز کمینه می‌کند. در روش RBF تابعی که میزان تابع انحنا برای آن مینیمم می‌شود به شکل عمومی زیر می‌باشد و تفاوت روش‌های RBF مختلف در نحوه تعریف تابع RBF (E) در رابطه زیر می‌باشد:

$$f(x, y) = \sum_{j=1}^n a_j E(\|x - x_j, y - y_j\|) + b_0 + b_1 x + b_2 y \quad \text{رابطه (۳)}$$

به‌طوری که $\| \cdot \|$ بیانگر طول بردار، x و y متغیرهای مکانی، (x_j, y_j) مختصات مکانی j امین نقطه مشاهده‌ای پارامتر z_j و E یک RBF می‌باشد. a_j, b_0, b_1, b_2 ضرایبی هستند که باید تعیین شوند تا تابع f به‌طور صریح مشخص شود. البته ابتدا بایستی RBF (E) نیز مشخص شود.

رابطه (۴) زیر نحوه محاسبه روش Inverse Multiquadratic را نشان می‌دهد:

$$\text{Inverse Multiquadratic} = \frac{1}{\sqrt{\left[(x - x_j)^2 + (y - y_j)^2\right] + \lambda}} \quad \text{رابطه (۴)}$$

پس از انتخاب RBF، a_j, b_0, b_1, b_2 به صورت زیر محاسبه می گردند:

$$\bar{a} = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \end{bmatrix} = A^{-1}(\bar{z} - B\bar{b}) \quad \bar{b} = \begin{bmatrix} b_0 \\ b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} = (B^t A^{-1} B)^{-1} B^t A^{-1} \bar{z} \quad \text{رابطه (۵)}$$

که در روابط فوق

$$A = \begin{bmatrix} E_{11} & E_{11} & \dots & E_{1n} \\ E_{21} & E_{22} & \dots & E_{2n} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ E_{n1} & E_{n2} & \dots & E_{nn} \end{bmatrix}_{n,n} \quad B = \begin{bmatrix} 1 & x_1 & y_1 \\ 1 & x_2 & y_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & x_n & y_n \end{bmatrix}_{n,3} \quad \bar{z} = \begin{bmatrix} Z_1 \\ Z_2 \\ \vdots \\ Z_n \end{bmatrix}_{n,1} \quad \text{رابطه (۶)}$$

که در ماتریس A ، E_{ij} به صورت رابطه (۷) تعریف می شود:

$$E_{ij} = E(x_i - x_j, y_i - y_j) \quad \text{رابطه (۷)}$$

که E همان تابع RBF انتخاب شده می باشد.

در روابط فوق پارامتر λ ، ضریب همواری نامیده می شود. این ضریب به منظور ایجاد قابلیت همواری تابع درون

یاب (f) به روابط RBF اضافه گردیده است (ثقفیان و همکاران، ۱۳۸۹: ۹۴-۹۵).

روش های درون یابی زمین آماری^۹

درون یاب های زمین آماری به دسته ای از روش ها گفته می شود که بر پایه ویژگی های آماری سری مکانی متغیر مورد نظر، نظیر میانگین و انحراف معیار استوار می باشد. در روش های آماری تخمین میانگین مکانی یک منطقه، به تعداد

نمونه‌ها و احتمال دخالت هر نمونه وابسته است. لازم به ذکر است وزن داده‌های مشاهده‌ای در این نوع درون‌یاب‌ها براساس عبارات احتمالاتی ساده محاسبه می‌شوند. بنابراین می‌توان گفت روش‌های آماری تا حدودی بهترین تخمین را انجام می‌دهند و مقدار اعتبار تخمین را نیز محاسبه می‌کنند.

روش کریجینگ^{۱۰}

کریجینگ از این حیث که در آن وزن‌های مقادیر اندازه‌گیری شده‌ی مجاور را برای استنتاج پیش‌بینی در هر موقعیتی به کار می‌برد، شبیه روش IDW است. اگرچه، وزن‌ها تنها مبتنی بر فاصله‌ی بین نقاط اندازه‌گیری شده و موقعیتی که قرار است پیش‌بینی صورت گیرد، نیست، بلکه مبتنی بر آرایش مکانی سرتاسری میان نقاط اندازه‌گیری شده نیز می‌باشد. برای استفاده از آرایش مکانی در وزن دهی‌ها، کمیت خود همبستگی مکانی باید تعیین شود (ترابی آزاد و همکاران، ۱۳۸۹: ۲۰). از بین تابع همبستگی، کوواریانس و نیم تغییر نما برای نشان دادن پیوستگی مکانی داده‌ها نیم تغییرنما بیش‌ترین کاربرد را به خود اختصاص می‌دهد. رابطه (۸) نیم تغییر نما به صورت زیر می‌باشد:

$$\gamma(h) = \frac{1}{2n(h)} \sum_{i=1}^n [z(x_i) - z(x_i + h)]^2 \quad \text{رابطه (۸)}$$

که در این رابطه $\gamma(h)$ ، مقدار نیم تغییرنما برای جفت نقاطی است که به فاصله h از هم قرار دارند، $n(h)$ ، تعداد زوج نقاطی است که به فاصله h از هم قرار دارند، $z(x_i)$ ، مقدار مشاهده‌ای متغیر x در موقعیت i و $z(x_i + h)$ ، مقدار مشاهده‌ای متغیر در فاصله‌ی h از x_i است (فاضلی و همکاران، ۱۳۸۹).

شرط استفاده از این تخمین گر این است که متغیر Z دارای توزیع نرمال باشد. کریجینگ بهترین تخمین گر خطی نااریب است و عاری از خطای سیستماتیک می‌باشد، همچنین واریانس تخمین در آن نیز حداقل می‌باشد بنابراین:

$$E \left[Z(x_i) - \sum_{i=1}^n \lambda_i Z^*(x_i) \right] = 0, \quad \sum_{i=1}^n \lambda_i = 1 \quad \text{رابطه (۹)}$$

که در رابطه فوق $Z(x_i)$ ، مقدار مشاهده شده‌ی متغیر در نقطه i ام با مختصات معلوم، $Z^*(x_i)$ ، مقدار تخمینی در همان نقطه i ام، λ_i ، وزن داده‌های مشاهده‌ای و E ، امید ریاضی است. بنابراین شرط نااریبی کریجینگ بیانگر آن است که مجموع ضرایب وزنی تخمین باید مساوی واحد باشد. شرط دیگر در روش کریجینگ این است که واریانس تخمین باید حداقل باشد. اعمال این شرط به حل معادله ماتریسی (۱۰) منتهی می‌شود:

$$AX = B \Rightarrow X = A^{-1}.B \quad \text{رابطه (۱۰)}$$

که در این رابطه A ماتریس γ_{ij} (مقدار مدل نیم تغییرنا بین نمونه های i و j)، B ، ماتریس γ_{0i} (مقدار مدل نیم تغییرنا بین نقطه مجهول و نقاط نمونه i) و X ، ماتریس ضرایب λ_i (مقدار نمونه i ام برای تخمین نقطه مجهول) می باشد (ثقفیان و همکاران، ۱۳۸۹: ۹۶).

روش کوکریجینگ^{۱۱}

همان طور که در آمار کلاسیک نیز روش های چند متغیره وجود دارد، در زمین آمار نیز می توان با روش کوکریجینگ که براساس همبستگی بین متغیر اصلی و یک متغیر کمکی استوار است به تخمین متغیر اصلی پرداخت. در این رویکرد، یک موقعیت نمونه برداری شده، ممکن است داده برای بیش از یک خصیصه در اختیار باشد. بدین ترتیب اگر داده برای هر خصیصه به صورت فضایی همبستگی داشته باشد، امکان استفاده از آن برای تغییر فضایی یک خصیصه به کمک نقش خصیصه دیگر وجود دارد معادله کوکریجینگ (۱۱) به شرح زیر می باشد:

$$Z^*(x_i) = \sum_{i=1}^n \lambda_i . Z(x_i) \sum_{k=1}^n \lambda_k . U(x_k) \quad \text{رابطه (۱۱)}$$

که در این رابطه λ_i ، وزن مربوط به متغیر Z در موقعیت x_i ، λ_k ، وزن مربوط به متغیر کمکی U در موقعیت x_k ، $U(x_k)$ ، مقدار مشاهده ای متغیر کمکی در موقعیت x_k می باشد. محاسبه نیم تغییرنمای متقابل برای محاسبه اوزان به صورت رابطه (۱۲) می باشد:

$$\gamma_{zy}(h) = \frac{1}{2} n [Z(x_i + h) - Z(x_i)] \times [Y(x_k + h) - Y(x_k)] \quad \text{رابطه (۱۲)}$$

که در این رابطه $\gamma_{zy}(h)$ ، نیم تغییر نمای متقابل بین متغیر Z و Y ، $Z(x_i)$ ، متغیر مشاهده شده، $Y(x_k)$ ، متغیر کمکی می باشد. معادلات کریجینگ با اعمال شرایط نااریب بودن و حداقل شدن واریانس تخمین به صورت روابط (۱۲ و ۱۳) می باشد:

$$\begin{aligned} \sum \lambda_i(z) . \gamma_{ij}(z) + \sum \lambda_k(y) . \lambda_{ik}(zy) + \mu_1 &= \gamma_{i0}(z) \\ \sum \lambda_i(z) . \gamma_{ik}(zy) + \sum \lambda_k(y) . \lambda_k(y) + \mu_2 &= \gamma_{k0}(z) \end{aligned} \quad \text{رابطه (۱۲-۱۳)}$$

و با فرض‌های:

$$\sum_{i=1}^n \lambda_i = 1$$

$$\sum_{i=1}^k \lambda_k = 0$$

که در این رابطه $\lambda_i(z)$ ، اوزان مربوط به متغیر $Z(x_i)$ ، $\lambda_k(y)$ ، اوزان مربوط به متغیر $Y(x_k)$ ، $\gamma_{ij}(z)$ ، تغییر نمای بین نقاط مشاهده شده‌ی متغیر Z ، $\lambda_{ik}(zy)$ ، تغییر نمای متقابل بین z و y ، $\gamma_{i0}(z)$ ، تغییر نمای بین نقطه‌ی مورد تخمین و نقاط مشاهده‌ای متغیر Z ، $\gamma_{k0}(z)$ ، تغییر نمای بین نقطه‌ی مورد تخمین و نقاط مشاهده‌ای متغیر Y و μ_1 ، μ_2 ، ضرایب لاگرانژ می‌باشند (تقفیان و همکاران، ۱۳۸۹: ۹۷-۹۶).

معیارهای اعتبار سنجی روش‌های استفاده شده

معیارهای مختلفی برای اعتبار سنجی روش‌های درونیابی وجود دارد که یکی از مهم‌ترین آن‌ها اعتبار سنجی تقاطعی می‌باشد که این پژوهش براساس این معیار انجام شده است. این روش به این صورت می‌باشد که برای هر یک از نقاط مشاهده‌ای به وسیله روش‌های درونیابی تخمینی انجام می‌شود و سپس مقدار تخمین‌زده شده با مقدار مشاهده‌ای مورد مقایسه قرار می‌گیرد مدلی که کم‌ترین مقدار خطا را در تخمین داشته باشد به عنوان بهترین مدل شناخته می‌شود. روش‌های مختلفی برای مقایسه کردن مقادیر مشاهده‌ای و تخمین زده شده توسط مدل وجود دارد، از مهم‌ترین آن‌ها که پژوهش حاضر به وسیله آن‌ها انجام شده می‌توان به:

میانگین قدر مطلق خطا^{۱۲} که از طریق رابطه (۱۴) محاسبه می‌شود:

$$MAE = \frac{1}{N_v} \sum_{i=1}^{N_v} [z(x_i) - \hat{z}(x_i)] \quad \text{رابطه (۱۴)}$$

میانگین انحراف خطا^{۱۳} که از رابطه (۱۵) محاسبه می‌شود:

$$MBE = \frac{1}{N_v} \sum_{i=1}^{N_v} [z(x_i) - \hat{z}(x_i)] \quad \text{رابطه (۱۵)}$$

ریشه دوم میانگین مربع خطا^{۱۴}، که هر چقدر کم‌تر باشد نشانگر خطای کم‌تر مدل بوده که فرمول عمومی روش فوق به صورت رابطه (۱۶) می‌باشد:

12- Mean Absolute Error(MAE)

13- Mean Bias Error(MBE)

14- Root Mean Square Error(RMSE)

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^{N_y} (z(x_i) - \hat{z}(x_i))^2} \quad \text{رابطه (۱۶)}$$

که در روابط فوق $z(x_i)$ مقدار برآورد شده متغیر در x_i ، $\hat{z}(x_i)$ مقدار مشاهده ای متغیر در x_i ، n تعداد نقاط با متغیر مشاهده ای می باشد (دی پیازا و همکاران، ۲۰۱۱: ۳۹۹).

معیارهای MAE و MBE هر چقدر به صفر نزدیک تر باشد نشان دهنده دقت بیش تر روش می باشد. MAE همواره مثبت می باشد اما MBE که اختلاف بین میانگین مقادیر مشاهده ای و برآوردی را نشان می دهد می تواند مثبت و یا منفی باشد که اگر برآورد بیش تر صورت گرفته باشد مثبت و برعکس منفی خواهد شد. اگر هر دوی این معیارها برابر صفر باشند بیانگر این است که مدل انتخاب شده پارامتر مورد نظر را دقیق برآورد کرده است (ثقفیان و همکاران، ۱۳۸۹: ۴۸).

نمودار پراکندگی مقادیر مشاهده ای و برآوردی

در این نوع مقایسه نمودار مقادیر مشاهده ای در مقابل مقادیر برآوردی رسم می شود. هر چقدر پراکندگی مقادیر به خط ۴۵ درجه نزدیک تر باشد، نشانگر برآورد دقیق تر روش می باشد. اگر مقادیر مشاهده ای کاملاً برابر مقادیر برآوردی باشد، نقاط دقیقاً روی خط ۴۵ درجه قرار می گیرند. پراکندگی نقاط در اطراف این خط نشان دهنده تفاوت بیش تر مقادیر برآوردی با مشاهده ای می باشد. برای کمی کردن این نمودار می توان ضریب همبستگی مقادیر مشاهده ای با برآوردی را باهم مقایسه کرد. لیکن این ضریب به تنهایی نمی تواند روش برتر را شناسایی نماید. از طرف دیگر اگر تجمع نقاط در زیر خط ۴۵ درجه باشد و محور X ها مقادیر مشاهده ای باشد نشان دهنده این است که روش مقادیر را دست پایین برآورد نموده است و بالعکس (ثقفیان و همکاران، ۱۳۸۹: ۵۰).

یافته ها و بحث

روش عکس فاصله وزنی IDW

در این روش پارامترهای توان فاصله، حداکثر و حداقل تعداد نقاط همسایگی برای تخمین بارش استان اردبیل باید بهینه شوند تا کمترین خطای ممکن را روش مورد نظر داشته باشد. بهترین و بهینه ترین توان فاصله جهت انجام پهنه بندی بارش استان اردبیل ۱/۲۳۸۸ انتخاب شد که دارای کمترین خطا نسبت به سایر توان ها بود. حداکثر ۱۵ و

حداقل ۷ نقطه همسایگی با قطاع هشت قاچی که این نقاط را تحت پوشش قرار می‌دادند به وسیله روش اعتبارسنجی تقاطعی که دارای کم‌ترین خطا بودند برای این روش مورد استفاده قرار گرفت. مقدار خطای RMSE و ME این روش جهت تخمین بارندگی استان اردبیل به ترتیب برابر با ۴۳/۹۰ و ۰/۸۵ است (جدول ۲).

جدول ۲- مقدار خطاهای RMSE و ME روش‌های مختلف RBF ها

روش	RMSE	ME
Completely Regularized spline	۴۴/۱۴	۰/۷۳
Spline with tension	۴۴/۱۳	۰/۵۳
Multiquadric	۴۸/۳۹	۲/۱۲
Inverse Multiquadric	۴۲/۸۵	۱/۲۷
Thin plate Spline	۵۴/۱۹	۴/۴۸

روش توابع شعاعی RBF ها

از بین روش‌های پنج‌گانه توابع شعاعی روشی که دارای خطای کم‌تری بود از طریق اعتبارسنجی تقاطعی شناسایی شده و در نتیجه جهت تخمین بارندگی سالانه استان اردبیل انتخاب شد. آنالیزها نشان می‌دهد روش توابع معکوس درجه چند نسبت به سایر روش‌ها دارای خطای کم‌تری بوده و لذا این روش جهت تخمین بارندگی انتخاب گردید. مهم‌ترین پارامتری که در روش RBF ها باید بهینه گردد پارامتر هموارسازی بوده که مقدار ۰/۰۴۵۲۳۲۸۷ به دلیل خطای کم‌تر انتخاب شد. و از قطاع چهار قاچی برای پوشش حداکثر ۱۵ و حداقل ۸ نقطه همسایگی به دلیل داشتن حداقل خطای ممکن استفاده شد. مقدار خطای RMSE و ME این روش جهت تخمین بارندگی استان اردبیل به ترتیب برابر با ۴۲/۸۵ و ۱/۲۷ می‌باشد.

روش کریجینگ

لازم به ذکر است که برای این منظور، روش‌های کریجینگ معمولی و جهانی با استفاده از مدل‌های نیم تغییر نمای متفاوت مورد آزمون قرار گرفت که از این میان، روش کریجینگ معمولی با استفاده از مدل نیم تغییر نمای نمایی، بهترین نتیجه را در پی داشت.

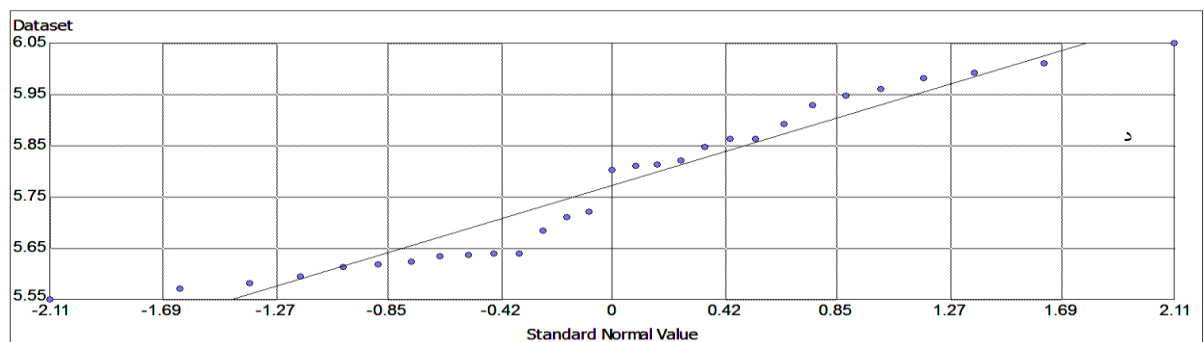
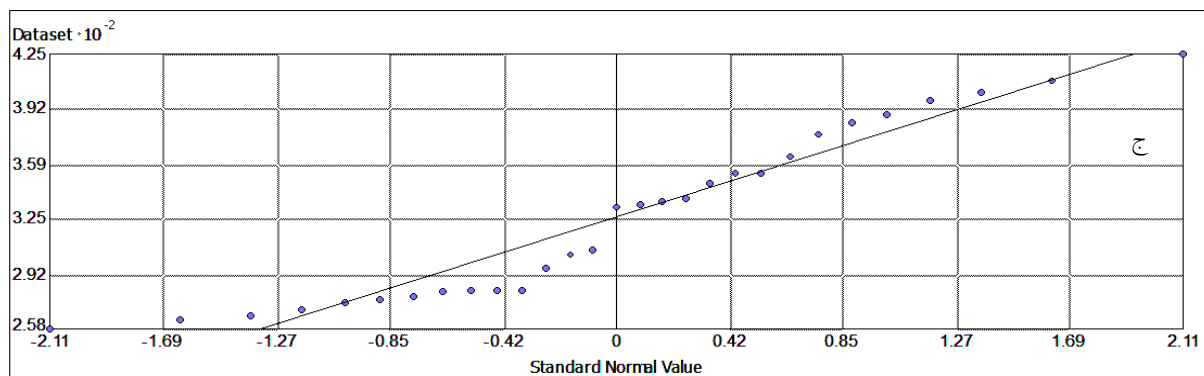
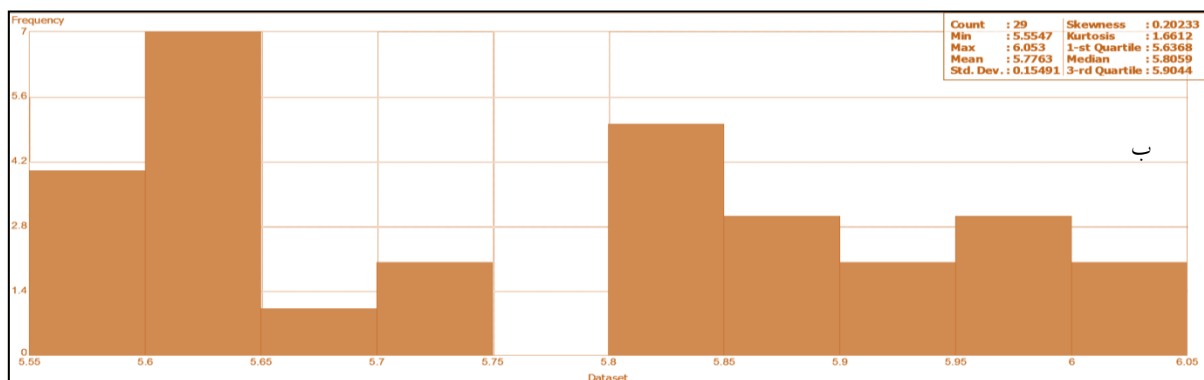
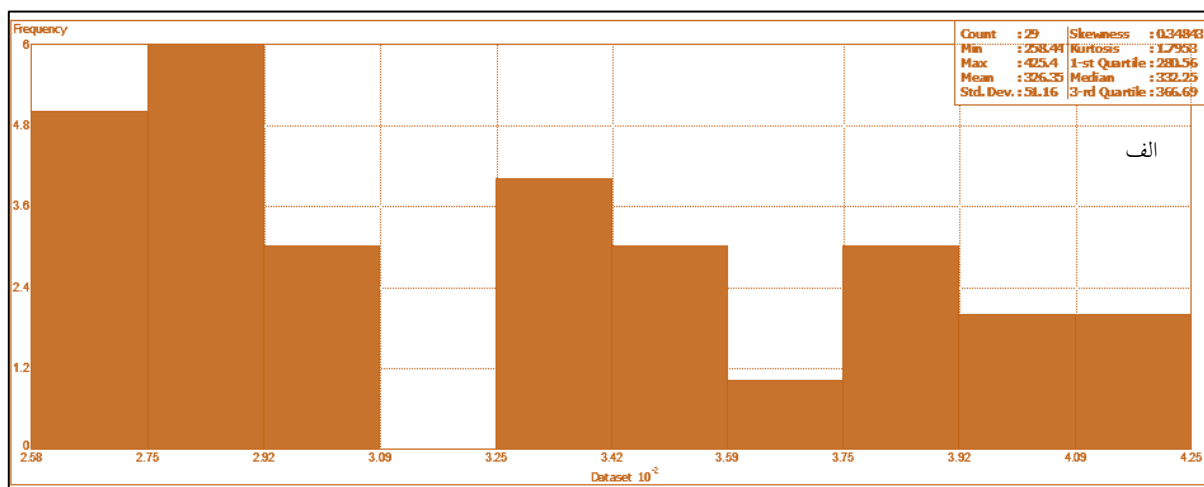
برای استفاده از این روش داده ها یا باید دارای توزیع نرمال باشند یا حداقل به توزیع نرمال نزدیک باشند تا این روش بتواند بهترین تخمین را انجام بدهد. جهت تبدیل داده ها به توزیع نرمال یا نزدیک ساختن توزیع داده ها به نرمال از تبدیل لگ نرمال استفاده شد. تبدیل لگ نرمال در حقیقت نمونه ای از تبدیل گر Box-Cox زمانی که $\lambda = a$ باشد، است. معادله این تبدیل گر به صورت رابطه (۱۷) می باشد:

$$Y(s) = \ln(Z(s)) \quad \text{رابطه (۱۷)}$$

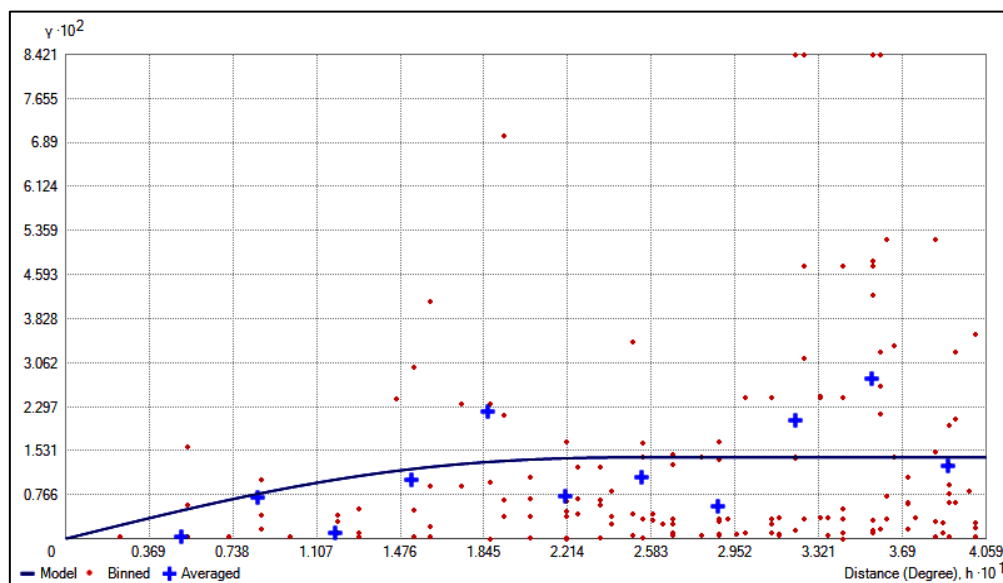
این تبدیل گر برای $Z(s) > 0$ معتبر است که $Z(s)$ داده های مشاهده ای و $\ln$ لگاریتم طبیعی می باشد. شکل ۳ نمودار هیستوگرام و کیو-کیو پلات داده ها قبل و بعد از تبدیل داده ها به لگ نرمال را نشان می دهد. معیار لازم جهت انتخاب مدل تئوریکی بهینه این است که هرچقدر MBE مدل مورد نظر به صفر نزدیک باشد، RMSE آن تا حد ممکن کوچک تر باشد و RMSS آن به یک نزدیک تر باشد به عنوان بهترین مدل انتخاب خواهد شد. اندازه گام مکانی که از اهمیت خاصی جهت ترسیم نیم تغییر نما دارد (شکل ۴) متوسط فاصله بین نقاط همسایگی در نظر گرفته شد. که برای مدل مورد نظر برابر با ۰/۱۱۹۴۹۲۷ متر می باشد. مقدار خطای RMSE و ME این روش جهت تخمین بارندگی استان اردبیل به ترتیب برابر با ۴۲/۲۳ و ۰/۸۶ می باشد (جدول ۳).

روش کوکریجینگ

با توجه به خاصیت روش کوکریجینگ، موقعی مورد استفاده قرار می گیرد که همبستگی زیادی بین دوتا پارامتر وجود داشته باشد در این مطالعه همبستگی بین دوتا پارامتر ارتفاع و بارندگی سالانه برای استفاده از این روش در نظر گرفته شد، که با توجه به مقدار کم ۰/۳۸ ضریب تبیین بین بارش و ارتفاع در سطح استان اردبیل، انتظار نمی رود که این مدل بتواند برآورد بهتری نسبت به سایر روش ها داشته باشد. هم چنان که منحنی نیم تغییرنمای متقابل این روش (شکل ۵) نیز به دلیل پراکندگی بیش تر نقاط در منحنی نیم تغییر نمای متقابل مبین عدم وجود همبستگی بالایی بین بارش و ارتفاع می باشد.



شکل ۳: الف و ب هیستوگرام فراوانی داده‌ها به ترتیب قبل و بعد از تبدیل به لگ نرمال، ج و د نمودار کیو-کیو پلات نرمال به ترتیب قبل و بعد از تبدیل به لگ نرمال



شکل ۴: منحنی نیم تغییرنمای محاسبه شده‌ی روش کریجینگ با مدل نظری برازش داده شده به آن

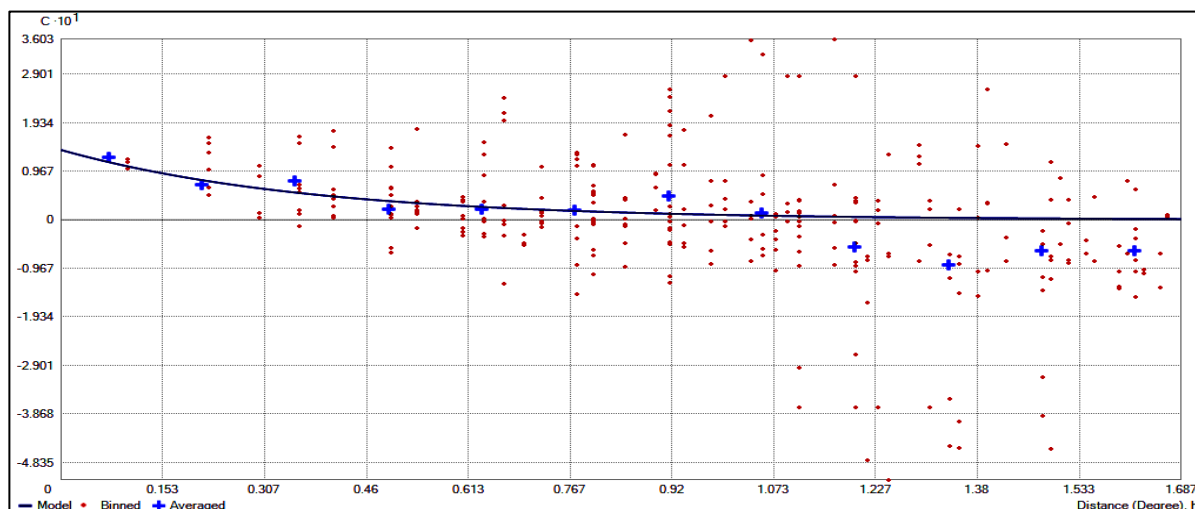
جدول ۳- میزان خطاهای مدل‌های نظری مختلف در روش کریجینگ

مدل	MBE	RMSE	MSE ^{۱۷}	RMSS ^{۱۶}	ASE ^{۱۵}
Gaussian	۱/۳۲	۴۲/۵۹	۰/۰۲۶	۱/۰۹	۳۸/۳۴
Exponential	۰/۹۵	۴۲/۳۸	۰/۰۲۷	۱/۰۲	۴۰/۳۱
Pentasppherical	۰/۸۶	۴۲/۲۳	۰/۰۲۸	۱/۰۶	۳۸/۱۴
Tetraspherical	۰/۹۳	۴۲/۲۴	۰/۰۲۷	۱/۰۶	۳۸/۶۱
Spherical	۱/۰۸	۴۲/۳۸	۰/۰۲۶	۱/۰۷	۳۸/۴۰
Circular	۱/۳۰	۴۲/۸۲	۰/۰۲۶	۱/۰۹	۳۸/۲۳
Rational Quadratic	۱/۲۵	۴۲/۶۰	۰/۰۲۷	۰/۹۵	۴۳/۵۴
Hole Effect	۱/۶۲	۴۱	۰/۰۰۷	۱/۱۴	۳۶/۰۴
K-Bessel	۱/۰۳	۴۲/۳۱	۰/۰۲۳	۱/۰۷	۳۸/۶۰
J-Bessel	۱/۶۹	۴۰/۱۱	۰/۰۱۰	۱/۱۳	۳۵/۵۲
Stable	۱/۱۱	۴۲/۴۰	۰/۰۲۳	۱/۰۷	۳۸/۵۳

15- Average Standard Error

16- Root Mean Square Standardized

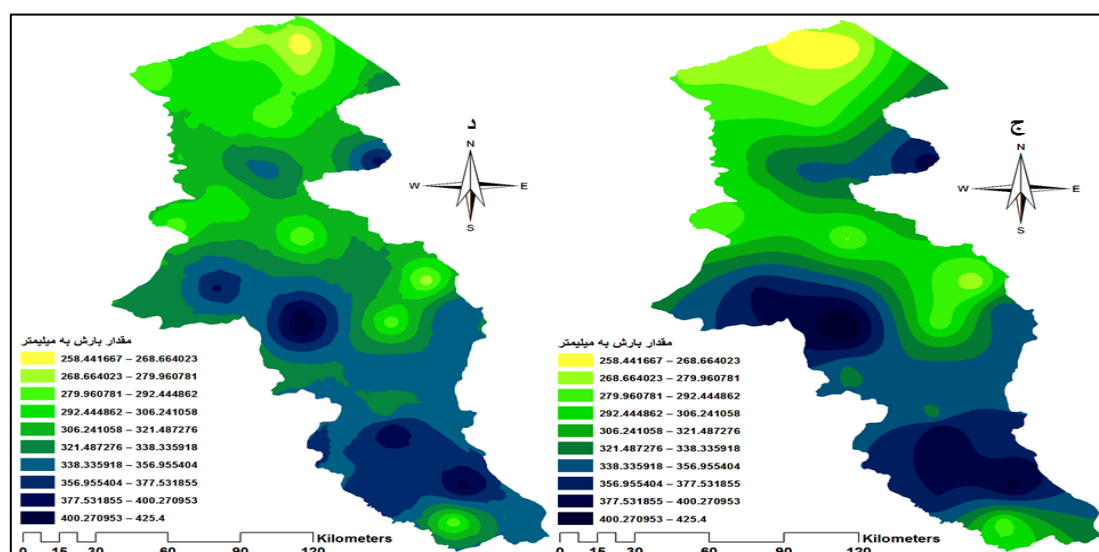
17- Mean Standardized



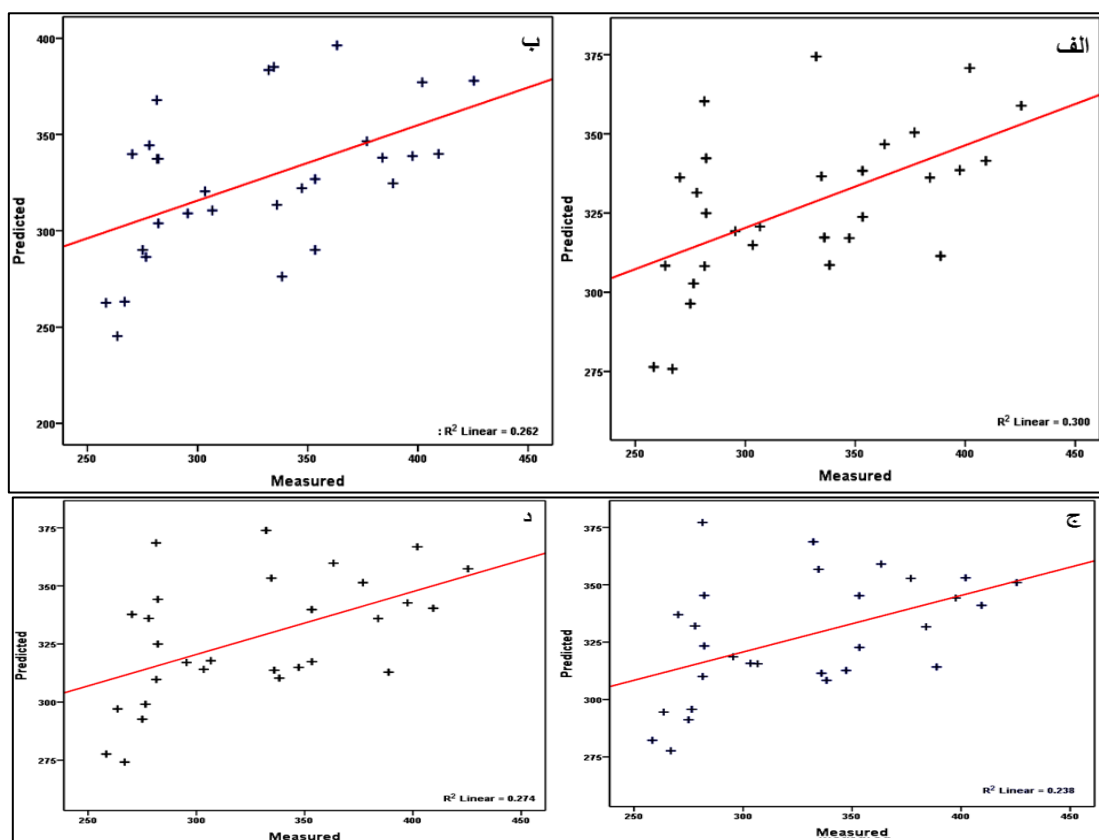
شکل ۵: منحنی نیم تغییرنمای متقابل محاسبه شده‌ی روش کوکریجینگ با مدل تنوریکی برازش داده شده به آن

جدول ۴- میزان خطاهای مدل‌های مختلف تنوریکی در روش کوکریجینگ

مدل	MBE	RMSE	MSE	RMSS	ASE
Gaussian	-۱/۵۸	۴۴/۷۰	۰/۰۹	۱/۴۲	۳۰/۲۳
Exponential	-۰/۳۲	۴۴/۹۹	-۰/۰۷	۱/۶۳	۲۶/۶۹
Pentaspical	-۰/۲۸	۴۵/۵۴	۰-/۱۲	۲/۲۵	۲۰/۰۹
Tetraspherical	-۰/۹۵	۴۵/۸۱	۰/۲۹	۴/۰۷	۱۱/۳۰
Spherical	-۰/۴۸	۴۵/۵۹	۰/۱۷	۲/۷۸	۱۶/۵۰
Circular	۱/۳۵	۴۴/۸۳	۰/۰۴۰	۱/۰۹	۴۰/۹۱
Rational Quadratic	۱/۳۵	۴۴/۸۳	۰/۰۴۰	۱/۰۹	۴۰/۹۱
Hole Effect	-۲/۴۶	۴۱/۳۰	-۰/۱۱	۱/۳۲	۳۰/۳۷
K-Bessel	-۱/۶۵	۴۴/۹۴	-۰/۰۹۰	۱/۴۷	۲۹/۴۰
J-Bessel	-۲/۱۶	۴۳/۶۵	-۰/۱۱	۱/۴۹	۲۸/۴۸
Stable	-۱/۵۰	۴۵/۷۸	۰/۰۸۵	۱/۴۲	۳۰/۲۷



شکل ۶: نقشه برآورد بارش سالانه استان اردبیل به وسیله چهار روش الف: IDW، ب: Inverse Multiquadric، ج: کوکریجینگ، د: کریجینگ



شکل ۷: نمودار پراکندگی مقادیر برآوردی و مشاهده ای چهار روش الف: کریجینگ، ب: Co کریجینگ، ج: IDW، د: Inverse Multiquadric

در جدول شماره ۵ مقادیر خطاها و همبستگی بین مقادیر برآوردی و مشاهده‌ای در هر یک از روش‌های استفاده شده جهت تخمین بارش استان اردبیل نشان داده شده است.

جدول ۵- میزان خطاها و همبستگی بین مقادیر برآوردی و مشاهده‌ای هر یک از روش‌ها

روش	MBE	RMSE	R^2
IDW	۰/۸۵	۴۳/۹۰	۰/۲۴
Inverse Multicubic	۱/۲۷	۴۲/۸۵	۰/۲۷
کریجینگ	۰/۸۶	۴۲/۲۳	۰/۳۰
کوکریجینگ	۰/۳۲	۴۴/۹۹	۰/۲۶

نتیجه‌گیری

در این پژوهش از مدل‌های IDW و RBF به عنوان نماینده مدل‌های قطعی و از کریجینگ و کوکریجینگ به عنوان نماینده‌های مدل‌های تصادفی استفاده شده است. نتایج نشان می‌دهد از بین مدل‌های استفاده شده کریجینگ با مقدار خطاهای RMSE و MBE به ترتیب برابر با ۴۲/۲۳ و ۰/۸۶ نسبت به سایر مدل‌های استفاده شده در تخمین بارش استان اردبیل عملکرد بهتری داشته است. همچنین مقدار ضریب همبستگی بین مقادیر برآوردی و مشاهده‌ای این مدل برابر با ۰/۳۰ بوده که نسبت به سایر روش‌ها از ضریب همبستگی بالاتری برخوردار می‌باشد و نشان از دقت بیشتر این روش نسبت به سایر روش‌ها در برآورد بارش استان اردبیل دارد (شکل ۷). مقایسه نقشه تهیه شده به وسیله روش کریجینگ با مقادیر مشاهده‌ای ثبت شده توسط ایستگاه‌ها نشان از برآورد دقیق مدل مربوطه و همخوانی داده‌های تخمین زده شده با مقادیر مشاهده‌ای می‌باشد. بیش‌ترین مقدار بارش رخ داده متعلق به بخش غربی و بخش کوچکی از جنوب اردبیل است که تخمین مدل در این ارتباط بسیار خوب بوده است (شکل ۶). همچنین مقایسه مقادیر برآوردی با مدل رقومی ارتفاع منطقه حاکی از همخوانی نقشه تهیه شده با ارتفاعات بالای ۲۲۰۰ متری فاقد ایستگاه هواشناسی دارد. در ارتفاعات غربی و جنوبی منطقه مقدار بارندگی بین ۳۲۱ تا ۴۰۰ میلی‌متر برآورد شده که نشان از برون‌یابی بهتر مدل مربوطه می‌باشد. این پژوهش نشان داد که روش‌های زمین‌آماري (تصادفی) به دلیل استفاده از الگوهای وابستگی فضایی برای تخمین بارش نسبت به روش‌های قطعی در برآورد مقدار بارش یک منطقه دقیق‌تر بوده و برآورد قابل اعتمادتری از بارش را در دسترس برنامه‌ریزان قرار می‌دهند.

منابع

- ترابی آزاد، م؛ سیه سرانی، ا؛ افتخاری، ر (۱۳۸۹)، «آموزش جامع تحلیل گر زمین آمار نرم افزار آرک جی آی اس»، تهران، سازمان جغرافیایی نیروهای مسلح.
- ثقفیان، ب؛ دانش کار آراسته، پ؛ رحیمی بندرآبادی، س؛ فتاحی، ا؛ محمدزاده، م (۱۳۸۹)، «پیش نویس راهنمای روش های توزیع مکانی عوامل اقلیمی با استفاده از داده های نقطه ای»، تهران، دفتر مهندسی و معیارهای فنی آب و آبفا.
- جهانی، س؛ دلبری، م (۱۳۸۸)، «ارزیابی و برآورد بیشترین بارش ۲۴ ساعته در استان گلستان»، *مجله مهندسی آب*، شماره ۴، صص ۱۱-۲۵.
- ذبیحی، ع (۱۳۹۰)، «بررسی توزیع مکانی بارش سالانه با استفاده از روش های زمین آماری (مطالعه موردی: استان قم)»، *پژوهش های جغرافیایی طبیعی*، شماره ۷۸، صص ۱۱۲-۱۰۱.
- رحیمی بندرآبادی، س؛ مهدیان، م. ح (۱۳۸۳)، «بررسی روش های توزیع مکانی بارندگی روزانه و ماهانه در حوضه دریای خزر»، *پژوهش های سازندگی*، شماره ۶۹، صص ۷۲-۶۳.
- زارع چاهوکی، ا؛ زارع چاهوکی، م. ع (۱۳۸۹)، «برآورد بارندگی فصلی و سالانه با استفاده از روش های درونیابی چند متغیره (بررسی موردی: دامنه جنوبی البرز در استان سمنان)»، *نشریه مرتع و آبخیزداری*، *مجله منابع طبیعی ایران*، شماره ۶۴، صص ۵۱ - ۳۹.
- شمس نیا، س. ا؛ پیرمردیان، ن (۱۳۸۷)، «ارزیابی شبیه های درونیابی محیط سامانه اطلاعات جغرافیایی (GIS) در پهنه بندی داده های بارندگی استان فارس»، *مجله مهندسی آب*، شماره اول، صص ۴۵-۳۵.
- عساکره، ح (۱۳۸۶)، «تغییرات زمانی- مکانی بارش ایران زمین طی دهه های اخیر»، *جغرافیا و توسعه*، شماره ۱۰، صص ۱۶۵-۱۴۵.
- عساکره، ح (۱۳۸۷)، «کاربرد روش کریجینگ در میان یابی بارش مطالعه موردی: میان یابی بارش ۱۳۷۶/۱۲/۲۶ در ایران زمین»، *جغرافیا و توسعه*، شماره ۱۲، صص ۴۲۵-۲۵.

- غضنفری مقدم، م. ص؛ علیزاده، ا؛ موسوی بایگی، س. م؛ فرید حسینی، ع؛ بنایان اول، م (۱۳۹۰)، «مقایسه مدل Persiann، با روش‌های درونیابی به منظور کاربرد در تخمین مقادیر بارندگی روزانه (مطالعه موردی: خراسان شمالی)»، *نشریه آب‌وخاک (علوم و صنایع کشاورزی)*، شماره ۲۵ (۱)، صص ۲۱۵-۲۰۷.
- فرج زاده، م (۱۳۸۹)، «*مبانی سیستم اطلاعات جغرافیایی*»، تهران، نشر انتخاب.
- قهرودی تالی، م (۱۳۸۱)، «ارزیابی درونیابی به روش کریجینگ»، *پژوهش‌های جغرافیایی*، شماره ۴۳، صص ۹۵-۱۰۸.
- مظفری، غ؛ میرموسوی، س؛ خسروی، ی (۱۳۹۱)، «ارزیابی روش‌های زمین‌آمار و رگرسیون خطی در تعیین توزیع مکانی بارش»، *جغرافیا و توسعه*، شماره ۲۷، صص ۷۶-۶۳.
- موحدی، س؛ سلطانیان، م (۱۳۹۰)، «*سامانه اطلاعات جغرافیایی و اقلیم‌شناسی*»، جلد اول، تهران، انتشارات کنکاش.
- مهر شاهی، د؛ خسروی، ی (۱۳۸۹)، «ارزیابی روش‌های میان یابی کریجینگ و رگرسیون خطی بر پایه مدل ارتفاع رقومی جهت تعیین توزیع مکانی بارش سالانه (مطالعه موردی استان اصفهان)»، *برنامه‌ریزی و آمایش فضا*، شماره ۱۴ (۴)، صص ۲۵۰-۲۳۳.

- Bostana, P.A., Heuvelinkb, G.B.M., Akyurekc, S.Z., (2012), "Comparison of regression and kriging techniques for mapping the average annual precipitation of Turkey", *International Journal of Applied Earth Observation and Geoinformation*, 19: 115-126.
- Di Piazza, F.Lo., Conti, L.V., Noto, F., Viola, G., La Loggia, (2011), "Comparative analysis of different techniques for spatial interpolation of rainfall data to create a serially complete monthly time series of precipitation for Sicily, Italy", *International Journal of Applied Earth Observation and Geoinformation*, 13: 396-408.
- Dirksa, K.N., Hayb, J.E., Stowa, C.D. Harrisa, D., (1998), "High-resolution studies of rainfall on Norfolk Island Part II: Interpolation of rainfall data", *Journal of Hydrology*, 208: 187-193.
- Goovaerts, P., (2000), "Geostatistical approaches for incorporating elevation into the spatial interpolation of rainfall", *Journal of Hydrology*, 228: 113-129.
- Hussain, I., Gunter S., Jürgen, P., Hwa-Lung, Y., (2010), "Spatio-temporal interpolation of precipitation during monsoon periods in Pakistan", *Advances in Water Resources*, 33: 880-886.
- Kebloutia, M., Ouerdachia, L., Boutaghanea, H., (2012), "Spatial Interpolation of Annual Precipitation in Annaba- Algeria - Comparison and Evaluation of Methods", *Energy Procedia*, 18: 468 - 475.

- Martinez-C.A., (1996), "Multivariate geostatistical analysis of evapotranspiration and precipitation in mountainous terrain", *Journal of Hydrology*, 174: 19-35.