



دانشگاه آزاد اسلامی واحد اهر
فصلنامه‌ی علمی فضای جغرافیایی

سال بیستم، شماره‌ی ۶۹
بهار ۱۳۹۹، صفحات ۳۷-۱۷

*محمود روشنی^۱
محمد سلیقه^۲
بهلول علیجانی^۳
زهرا بیگم حجازی زاده^۴

تعیین مناسب‌ترین مدل احتمالی و مرکب خطی تعمیم‌یافته برای بررسی دوره‌های تر و خشک سالانه در سواحل جنوبی دریای خزر

تاریخ پذیرش: ۱۳۹۷/۰۶/۰۵

تاریخ دریافت: ۱۳۹۷/۰۲/۰۳

چکیده

هدف این مطالعه تعیین مناسب‌ترین توزیع احتمال و مدل مرکب خطی تعمیم‌یافته دوره‌های تر و خشک در ساحل جنوبی دریای خزر است. بدین منظور از داده‌های بارش روزانه ۸ ایستگاه این ناحیه به مدت ۵۵ سال (۱۹۶۰ تا ۲۰۱۵) استفاده شده است. تحلیل دوره‌های تر و خشک سالانه نشان داد، بیش‌ترین فراوانی دوره تر از نوع یک و دو روزه بوده و دوره تر بیش از ۴ روزه در ناحیه غربی بیش‌تر از شرق ناحیه است. در واقع اکثر سیستم‌های باران‌زا دارای تداوم یک و دو روزه هستند. همچنین ارزیابی دوره‌های تر و خشک ناحیه با ۱۱ توزیع پیوسته آماری نشان داد که بهترین مدل احتمال دوره‌های تر از نوع توزیع گامای دوپارامتری، لوگ نرمال دوپارامتری، لوگ لوجستیک دوپارامتری، گامای تعمیم‌یافته چهارپارامتری، گامای تعمیم‌یافته سه پارامتری، گامای دو پارامتری، گامای سه پارامتری و لوگ لوجستیک سه پارامتری هستند؛ اما دوره‌های خشک ناحیه با سه توزیع پارتوی تعمیم‌یافته، لوجستیک تعمیم‌یافته و توزیع حد تعمیم‌یافته برازش بهتری دارند. البته توزیع مناسب با استفاده از آزمون GOF کلموگروف-اسمیرنف تایید شده است.

E-mail: m.roshani1976@gmail.com

*۱- دانشجوی دکتری آب‌وهواشناسی، دانشگاه خوارزمی، تهران، ایران. (نویسنده مسئول).

۲- گروه جغرافیای طبیعی، دانشکده علوم جغرافیایی، دانشگاه خوارزمی، تهران، ایران.

۳- گروه جغرافیای طبیعی، دانشکده علوم جغرافیایی، دانشگاه خوارزمی، تهران، ایران.

۴- گروه جغرافیای طبیعی دانشکده علوم جغرافیایی، دانشگاه خوارزمی، تهران، ایران.

در همین راستا به دلیل رفتار تصادفی دوره‌های تر و خشک سالانه، از مدل‌های مرکب خطی تعمیم‌یافته جهت ارزیابی مدل رگرسیونی مناسب‌تر استفاده شد. بهترین مدل دوره تر سالانه، لوگ دوجمله‌ای منفی، لوگ پواسون، لوگ نرمال و لگاریتمی گاما شناخته شد. در همین راستا مدل مناسب دوره خشک سالانه از نوع لوگ پواسون، لوگ نرمال و توزیع دوجمله‌ای منفی با استفاده از معیار AICC و BIC تعیین گردید.

کلید واژه‌ها: دوره‌های تر و خشک، توزیع احتمال، مدل مرکب خطی تعمیم‌یافته، ساحل جنوبی دریای خزر.

مقدمه

طول دوره‌های تر و خشک و توالی وقوع آن‌ها یکی از فاکتورهای مهم در توزیع زمانی و مکانی بارش است. توجه به مقدار کل بارندگی سالانه یا دوره گرم و سرد و عدم توجه به چگونگی توزیع زمانی آن کمک شایانی به درک ما از واقعیت اقلیمی هر منطقه نمی‌کند. لازمه بررسی دوره‌های خشک، ارائه تعریف از دوره‌های خشک است. در نگاه اول روز خشک به معنی روزی است که بارندگی روزانه به پایین‌تر از مقدار آستانه صفر برسد؛ اما نویسندگان مختلف، آستانه‌های مختلفی را برای تعریف دوره خشک به کار می‌برند؛ مثلاً برخی آستانه ۰/۱ و ۱ میلی‌متر را با فرض این‌که بارندگی کم‌تر از آن تبخیر می‌شود در نظر می‌گیرند. در مجموع سطح آستانه از ۱ تا ۲۵ میلی‌متر متغیر بوده و از آستانه ۱۰ میلی‌متر در اکثر مطالعات استفاده می‌شود. استفاده از سطح آستانه بالاتر باعث حذف برخی از روزهای بارانی ایزوله با مقادیر کم‌تر از سطح آستانه در داخل دوره‌های خشک طولانی مدت می‌شود (Mathugama & Peiris, 2011:153). (Vide & Gomez (1999: 537 با توجه به آستانه ۰/۱، ۱ و ۱۰ میلی‌متر، توالی روزهای خشک ایستگاه‌های شبه جزیره اسپانیا را شناسایی و براساس آستانه ۰/۱ میلی‌متر، دوره‌های با طول برابر یا بزرگ‌تر از ۷، ۱۵، ۳۰، ۶۰، ۹۰ و ۱۲۰ روز را به همراه فراوانی روزها ترسیم کردند. آن‌ها معتقدند در بخش اعظم اسپانیا، میانگین و حداکثر طول دوره‌های خشک خیلی بالا است. (Anagnostopoulou et al (2003: 77) براین باورند که طولانی‌ترین دوره خشک در نواحی مرکزی و جنوب شرق دریای اژه اتفاق می‌افتد، اما دوره‌های خشک با طول کم در شمال غرب یونان رخ می‌دهند. همچنین احتمال وقوع دوره خشک با توزیع دوجمله‌ای و زنجیره مارکوف مرتبه دو هماهنگ هستند.

(Singh & Ranade (2009: 26 معتقدند دوره تر و خشک (WS (DS به دوره‌های متوالی با بارندگی روزانه برابر یا بزرگ‌تر (کم‌تر) از متوسط بارندگی روزانه^۹ (DMR) دوره اقلیم‌شناختی موسمی اطلاق می‌شود. متوسط بارندگی روزانه، تغییرات مکانی ۲/۶ میلی‌متر در روز بر روی منتهی‌الیه جنوب شرق شبه جزیره تا ۲۰/۲ میلی‌متر در روز بر روی غرب ساحل جنوبی نشان می‌دهد. (Zolina et al (2011: 2022 نشان دادند دوره‌های مرطوب اروپای شمالی و بخش مرکزی روسیه اروپایی در زمستان حدود ۱۵ تا ۲۰ درصد رشد معنی‌دار داشته است. همچنین دوره‌های مرطوب تابستانه اسکاندیناوی و روسیه شمالی کوتاه‌تر شده و از دوره‌های خشک اسکاندیناوی و اروپای جنوبی در زمستان و تابستان کاسته شده است. (Deka et al (2010: 42 فراوانی دوره‌های تر و خشک شمال شرق هند را با توزیع‌های آماری گسسته

از قبیل توزیع یکنواخت، هندسی، لگاریتمی، دوجمله‌ای منفی، پواسون و زنجیره مارکوف مرتبه ۱ و ۲ و توزیع اگنبرگر-پولیا^۶ بررسی کرده و نشان دادند که مدل اگنبرگر-پولیا برازش خوبی با فراوانی دوره‌های تر و خشک دارد. در سال ۱۹۵۲ برای اولین بار از مدل‌های تک پارامتری توزیع لوگ سری‌ها^۷ برای ارزیابی توزیع دوره‌های خشک استفاده شد (Williams, 1952: 91). یا (Gabriel & Neumann (1957: 375) نوع دیگری از مدل‌های تک پارامتری یعنی توزیع هندسی را برای مدل‌سازی توالی‌های تر و خشک به‌کار بردند. علاوه بر استفاده از مدل‌های تک پارامتری، برخی از محققان از توزیع‌های مرکب یعنی ترکیب دو مدل هندسی^۸ برای این کار استفاده کردند. همچنین ترکیب توزیع هندسی و پواسون که برای اولین بار توسط Dobi-Wantuch (2000: 245) مطرح شده بود برای ارزیابی دوره‌های تر و خشک رومانی مناسب شناخته شد. (Deni et al (2008: 3975) برای ارزیابی توزیع مناسب توالی‌های تر مالزی، از مدل مرکب توزیع هندسی با پواسون ناقص استفاده کردند. مدل فوق ارزیابی بهتری از توالی‌های تر نسبت به مدل مرکب هندسی با پواسون ارائه می‌دهد. همچنین برای اولین بار پنج ترکیب مختلف از توزیع‌های هندسی، توزیع لوگ سری‌ها، توزیع پواسون^۹ و توزیع ناقص پواسون^{۱۰} برای بررسی دوره‌های تر و خشک روزانه ارائه شده است. مدل‌های جدید ترکیبی از توزیع لوگ سری‌ها با پواسون^{۱۱}، لوگ سری‌ها با توزیع ناقص پواسون^{۱۲}، توزیع هندسی با ناقص پواسون^{۱۳}، ترکیب دو توزیع لوگ سری‌ها^{۱۴} و هندسی هستند (Deni et al., 2009: 290). در همین راستا Deni et al (2010: 1194) توزیع اصلاح شده لوگ سری‌ها^{۱۵} و توزیع هندسی مرکب^{۱۶} را به‌ترتیب بهترین مدل دوره‌های خشک و تر شبه جزیره مالایا می‌دانند. ضمناً کارآئی توزیع مرکب لوگ سری‌ها با پواسون ناقص^{۱۷} هم در این مطالعه مورد آزمایش قرار گرفت، زیرا این مدل تکراری‌ترین و بهترین مدل انتخاب شده در نمایش توزیع مشاهده شده دوره‌های خشک و تر در اکثر ایستگاه‌های شبه جزیره است. او نیز بهترین مدل مرکب دوره‌های تر و خشک هفتگی را در مقایسه با زنجیره مارکوف مرتبه یک تا ۱۰ بررسی کرد. نتایج حاکی از برازش خوب توزیع مرکب لوگ سری‌ها و پواسون ناقص با توزیع مشاهده شده دوره‌های خشک هفتگی و توزیع مرکب لوگ سری‌ها و هندسی ناقص با دوره‌های تر هفتگی است (Deni & Jemain, 2012: 3). (Sukla et al (2014: 188) مدل احتمال دوجمله‌ای منفی ناقص را موثرتر

6- Eggenberger-Polya

7- Log series distribution

8- Mixed Geometric distribution

9- Poisson distribution

10- Truncated Poisson distribution

11- Mixed log series and Poisson distribution

12- Mixed log series and truncated Poisson distribution

13- Mixed geometric and truncated Poisson distribution

14- Mixed two log series distribution

15-. Modified log series

16- Compound geometric

17- Mixed Log Series Truncated Poisson Distribution

از مدل احتمال زنجیره مارکوف جهت بررسی توزیع طول دوره خشک در طی موسوم بارانی منطقه دلتای ماهانادی^{۱۸} هند می‌دانند. یا Lana et al (2006: 1999) با بکارگیری آستانه‌های ۰/۱، ۱ و ۵ میلی‌متر، دوره‌های خشک شبه جزیره اسپانیا را با توزیع‌های مقادیر حد تعمیم‌یافته^{۱۹} و پارتوی تعمیم‌یافته^{۲۰} بررسی و نتایج حاصل از توزیع تجربی و تئوریک را با آزمون کلموگروف-اسمیرنف ارزیابی کردند. گرچه دوره‌های خشک با توزیع مقادیر حد تعمیم‌یافته برازش خوبی دارد، اما توزیع پارتوی تعمیم‌یافته برای برخی از ایستگاه‌ها گزینه برتر محسوب می‌شود. در همین راستا Lana et al (2008: 48) با در نظر گرفتن معیار بالا نشان دادند که توزیع ویبول برای ارزیابی طول دوره‌های خشک کاتالونیا مناسب بوده و تفاوت معنی‌داری بین نتایج به‌دست آمده از توزیع تجربی و تئوریک ویبول وجود ندارد. Carvalho et al (2013: 12) معتقدند توزیع مقادیر حد تعمیم‌یافته تخمین خوبی از دوره‌های خشک فرین در نواحی میانه غربی، جنوب‌شرقی و جنوبی برزیل دارد. بررسی طول دوره‌های خشک اروپا با سطح آستانه ۰/۱، ۱، ۵ و ۱۰ میلی‌متر در روز و مدل‌های توزیع احتمال پیرسون تیپ III، ویبول، پارتوی تعمیم‌یافته و لوگ نرمال نشان داد که مدل پیرسون تیپ ۳ مناسب‌ترین توزیع برای دوره‌های خشک با آستانه ۰/۱ و ۱ میلی‌متر است. در حالی‌که برخی از ایستگاه‌ها در اروپای جنوبی با توزیع ویبول همخوانی بهتری در سطح آستانه ۵ و ۱۰ میلی‌متر داشته و مدل ارجح در اروپای غربی نیز پیرسون تیپ ۳ است، اما برخی از سری‌های دوره خشک با توزیع ویبول یا پارتوی تعمیم‌یافته برازش بهتری دارند (Serra et al., 2013: 531). برای بررسی احتمال سری‌های حداکثر سالانه و سری‌های جزئی مدت دوره‌های خشک She et al (2012: 201) از توزیع مقادیر حد تعمیم‌یافته، پارتوی تعمیم‌یافته و پیرسون تیپ ۳ استفاده و نشان دادند که مدل GEV برای سری‌های حداکثر سالانه و GP برای سری‌های جزئی مدت خشک مناسب‌تر هستند. Vargas et al (2011: 159) برای بررسی دوره‌های خشک حوضه رودخانه پلاتا^{۲۱} معیار بارش را ۰/۳ میلی‌متر در نظر گرفتند. آن‌ها معتقدند با تعریف این معیار، دوره‌های خشک حوضه مورد نظر قابل تخمین و مقایسه با سایر حوضه‌ها امکان پذیر می‌شود. همچنین بررسی‌ها حاکی از روند کاهشی فراوانی رخداد دوره‌های خشک و رخدادهای حد خشک در این حوضه است. در ایران مطالعات گسترده‌ای در زمینه به‌کارگیری از توابع پیوسته جهت ارزیابی فراوانی دوره‌های تر و خشک صورت نگرفته است؛ اما مطالعات انجام شده حاکی از به‌کارگیری توزیع‌های پیوسته در برخی از مطالعات بوده است. به‌عنوان مثال، (Abdollahi, 2015) با بررسی ویژگی‌های توزیع‌های پیوسته از قبیل گاما، کرولی، ریلی، ویبول، پارتو، نمایی و گامای تعمیم‌یافته بر روی داده‌های خشکسالی نشان داد مدل گامای کرولی نسبت به سایر مدل‌ها برازش بهتری از داده‌های خشکسالی ارائه می‌دهد (Abdollahi, 2015: 75). Rahimi et al (2010: 43) نشان دادند که شدت خشکسالی‌های ایران با سه توزیع لوگ نرمال، ویبول و نمایی همخوانی بهتری دارند. در مطالعات دیگر محققین ایرانی، وضعیت خشکسالی ایران را پس از برازش بارش با توزیع گاما بررسی کردند (Raziei, 2015: 378; Roshani & Eslami, 2008: 378). در این میان هنوز بررسی و جداسازی فراوانی دوره‌های تر و خشک بر مبنای آستانه بارش

18- Mahanadi

19- Generalized extreme values

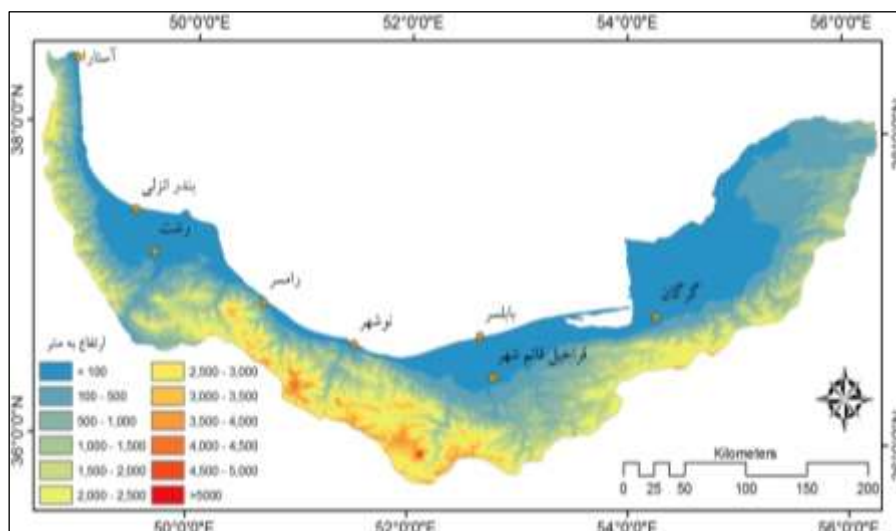
20- Generalized parto

21- Plata

معین و ارزیابی آن با توزیع‌های مختلف احتمال گسسته جای کار دارد. بررسی ماهیت و تغییرپذیری بارش و به تبع آن دوره‌های تر و خشک از جمله موضوعات مهم در ادبیات علم اقلیم‌شناسی است. تغییرات اقلیمی چند دهه اخیر باعث تغییر در احتمال رخداد پدیده‌های اقلیمی در سرتاسر دنیا شده است. به طوری که فراوانی پدیده‌های فرین از جمله باران‌های سیل‌آسا، خشکسالی‌های شدید و طولانی، موج‌های گرم و سرد ناگهانی و غیرمنتظره درحال افزایش است. به همین منظور بکارگیری مدل‌های پیچیده‌تر جهت شناسایی ساختار داده‌ها و پیش‌بینی ضروری به‌نظر می‌رسد. مدل‌های مرکب خطی تعمیم‌یافته برخلاف مدل‌های خطی تعمیم‌یافته که تخمین درستی از داده‌های خطی نرمال به‌عمل می‌آوردند، قادر به تنظیم ساختار داده‌های خطی غیر نرمال و شدت تصادفی هستند و به راحتی اثرات تصادفی آن را تخمین می‌زنند. با استفاده از مدل GLMM بر روی آب‌وهوای ایران مطالعه‌ای صورت گرفته است. اکثر مقالات خارجی از این مدل در مباحث کشاورزی، اپیدمیولوژی و اکولوژی، جنگل و علوم زیستی استفاده کرده‌اند. در علم آب‌وهواشناسی از این مدل Dietz & Chatterjee (2014: 939) برای بارش‌های موسمی هند استفاده کردند و از بین مدل‌های مختلف GLMM، مدل مرکب خطی لوگ نرمال را برای تخمین و پیش‌بینی بارندگی‌های سبک، متوسط و شدید مناسب دانستند. Smart et al (2014: 163) اثرات آلودگی و تغییر اقلیم بر روی گونه اسپگنوم انگلستان را با دو مدل GLMM و GAMM^{۲۲} بررسی کردند. برای پیش‌بینی تغییرات پوشش اسپگنوم برای سال‌های ۲۰۲۰ و ۲۰۵۰ از این مدل‌ها بر مبنای تغییر اقلیم و ته نشست‌های جوی نیتروژن و سولفور استفاده شد. در مجموع تغییرات پیش‌بینی شده پوشش اسپگنوم کم‌تر از ۱ درصد با عدم قطعیت بالا است. انتظار می‌رود تورب‌زارها در ترکیب با آلودگی‌های جوی، بیش‌تر از تغییر اقلیم متأثر شوند. همچنین Bolker et al (2008: 127) معتقدند مدل‌های مرکب خطی تعمیم‌یافته نسبت به مدل‌های کلاسیک آماری که بر روی داده‌های نرمال کار می‌کردند قادر به بررسی داده‌های غیرنرمال هستند. این مدل از توابع پیوند و توزیع‌های خانواده نمایی از قبیل نرمال، پواسون و دوجمله‌ای استفاده می‌کند. GLMM بهترین ابزار برای تحلیل داده‌های غیرنرمال که دارای اثرات تصادفی هستند می‌باشد. با توجه به رفتار غیرنرمال پدیده‌هایی همچون دوره‌های تر و خشک و نیاز به تخمین دقیق اثرات تصادفی آن‌ها جهت پیش‌بینی دقیق‌تر، در این تحقیق نیز از این روش استفاده شده است. هدف اول این مطالعه، مدل‌سازی توزیع احتمال رخداد دوره‌های تر و خشک سالانه است؛ زیرا تعیین مدل مناسب جهت بررسی توزیع دوره‌های تر و خشک از اهمیت زیادی در مدیریت منابع آب به‌ویژه در بخش‌های هیدرولوژی و کشاورزی برخوردار بوده و بهترین مدل احتمال برای تولید داده و پیش‌بینی هستند. همچنین در این مقاله به چگونگی استفاده از مدل GLMM در مطالعات اقلیمی پرداخته می‌شود. در همین راستا با توجه به رفتار خطی غیرنرمال مدت-فراوانی دوره‌های تر و خشک ساحل جنوبی دریای خزر از مدل‌های مرکب خطی تعمیم‌یافته جهت ارزیابی و پیش‌بینی استفاده شده است.

مواد و روش‌ها

در ابتدا داده‌های روزانه بارش سالانه ۸ ایستگاه سینوپتیک ساحل جنوبی دریای خزر برای جداسازی دوره‌های تر و خشک انتخاب شد (شکل ۱). طول دوره آماری برای تمامی ایستگاه‌ها به غیر از ایستگاه آستارا و قراخیل، ۵۵ سال (۱۹۶۰ تا ۲۰۱۵) بوده و از داده‌های این دو ایستگاه از سال ۱۹۸۶ تا ۲۰۱۵ به مدت ۳۰ سال استفاده شده است.



شکل ۱: موقعیت ایستگاه‌های محدوده مورد مطالعه

Figure 1: Location of stations in the study area

پایه زمانی دوره تر و خشک روز در نظر گرفته شده است. عبارت دوره تر و خشک با طول n روزه نیز به صورت n توالی روز بالاتر یا پایین‌تر از سطح آستانه بیان می‌شود. در این تحقیق مقدار سطح آستانه یا X_0 نیز از طریق تقسیم بارش هر سال بر تعداد روزهای سال و نهایتاً محاسبه میانگین روزانه دوره به دست آمد. مقدار آستانه به دست آمده از لحاظ مکانی متفاوت بوده و براساس بارش هر یک از ایستگاه‌ها تعیین شده است (جدول ۱). بعد از تعیین آستانه‌ها، روزهای کم‌تر و بیش‌تر از میانگین روزانه بارش هر ایستگاه در محیط نرم افزار SPSS به ترتیب با عدد ۱ (روز خشک) و ۲ (روز تر) کدگذاری گردید، سپس با استفاده از تابع If توالی‌های ۱ تا n روز تر و خشک شمارش شد.

جدول ۱- پارامترهای آماری ایستگاه‌های محدوده مورد مطالعه

Table 1- Statistical parameters of the study area stations

ایستگاه	آستارا	انزلی	رشت	رامسر	نوشهر	بابلسر	قراخیل	گرگان
متوسط بارش روزانه دوره به میلی‌متر	۳/۶۴	۴/۸۱	۳/۶۵	۳/۳۳	۳/۴۴	۲/۴۵	۱/۹۵	۱/۶۲
انحراف معیار بارش روزانه دوره	۰/۷۸	۱/۱۰	۰/۷۸	۰/۸۵	۰/۶۶	۰/۵۲	۰/۴۵	۰/۵۲

مدل‌های مختلفی برای توزیع دوره‌های تر و خشک وجود دارد. به منظور تصمیم‌گیری در مورد بهترین توزیع از بین مدل‌های مختلف، مدل با کم‌ترین تعداد پارامترها ارجحیت دارد. توابع احتمال به کار رفته برای مدل‌سازی دوره‌های تر

و خشک در جدول (۲) آورده شده است. علاوه بر تعداد پارامترها، بهترین مدل توزیع دوره‌های تر و خشک باید توسط آزمون کلموگروف-اسمیرنوف تایید شود. برای این کار فراوانی مشاهده شده و مورد انتظار دوره‌های تر و خشک با آزمون کلموگروف-اسمیرنوف مقایسه شدند. اگر حداکثر قدر مطلق تفاضل بین مقادیر تجمعی فراوانی‌های مشاهده شده و مورد انتظار $D_{\max}$ کم‌تر یا مساوی مقدار بحرانی $D_{0.05}$ در سطح معنی‌داری ۰.۵٪ باشد، گفته می‌شود مدل احتمال مورد نظر ارزیابی خوبی از توزیع مشاهده شده دوره‌های تر و خشک ارائه می‌کند. این آزمون نیز حداکثر تفاوت D بین $y_{[i]}$ ‌های توزیع تجربی و تئوریک است.

$$D = \max_{1 \leq i \leq n} [G(y_{[i]}) - (i-1)/n, i/n - G(y_{[i]})] \quad \text{رابطه (۱)}$$

فرض H_0 نیز به معنی آنست که نمونه از توزیع مورد نظر G پیروی می‌کند؛ اما فرض H_a عکس آنست. مقدار بالای D عکس فرض صفر را ثابت می‌کند (Schuenemeyer & Drew, 2011: 92). در برخی موارد نیاز به مدل‌های رگرسیونی است که هر دوی اثرات ثابت و تصادفی داده‌ها را بررسی کند. این مدل‌ها معروف به مدل‌های مرکب خطی تعمیم‌یافته^{۲۳} هستند. این مدل‌ها نیز میانگین شرطی خوشه z ام را به اثرات ثابت و تصادفی به شکل زیر ربط می‌دهند.

جدول ۲- مدل‌ها، توابع احتمال و پارامترهای آن‌ها جهت ارزیابی دوره‌های تر و خشک

Table 2- Models, probability functions and their parameters to evaluate wet and dry spells

مدل احتمال	تابع احتمال	پارامترها
گامای دو پارامتری	$f(x) = \frac{x^{\alpha-1}}{\beta^{\alpha}\Gamma(\alpha)} \exp(-x/\beta)$	α, β
گامای سه پارامتری	$f(x) = \frac{(x-\gamma)^{\alpha-1}}{\beta^{\alpha}\Gamma(\alpha)} \exp(-(x-\gamma)/\beta)$	α, β, γ
گامای تعمیم یافته سه پارامتری	$f(x) = \frac{kx^{k\alpha-1}}{\beta^{k\alpha}\Gamma(\alpha)} \exp(-(x/\beta)^k)$	k, α, β
گامای تعمیم یافته چهارپارامتری	$f(x) = \frac{k(x-\gamma)^{k\alpha-1}}{\beta^{k\alpha}\Gamma(\alpha)} \exp(-((x-\gamma)/\beta)^k)$	k, α, β, γ
لوگ نرمال دو پارامتری	$f(x) = \frac{\exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln x - \mu}{\sigma}\right)^2\right)}{x\sigma\sqrt{2\pi}}$	σ, μ
لوگ نرمال سه پارامتری	$f(x) = \frac{\exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln(x-\gamma) - \mu}{\sigma}\right)^2\right)}{(x-\gamma)\sigma\sqrt{2\pi}}$	σ, μ, γ
لوگ لوجستیک دو پارامتری	$f(x) = \frac{\alpha}{\beta} \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\alpha-1} \left(1 + \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\alpha}\right)^{-2}$	α, β

جدول ۲- مدل‌ها، توابع احتمال و پارامترهای آن‌ها جهت ارزیابی دوره‌های تر و خشک

Table 2- Models, probability functions and their parameters to evaluate wet and dry spells

پارامترها	تابع احتمال	مدل احتمال
α, β, γ	$f(x) = \frac{\alpha}{\beta} \left(\frac{x-\gamma}{\beta} \right)^{\alpha-1} \left(1 + \left(\frac{x-\gamma}{\beta} \right)^{\alpha} \right)^{-2}$	لوگ لجستیک سه پارامتری
k, σ, μ	$f(x) = \begin{cases} \frac{(1+kz)^{-1-1/k}}{\sigma(1+(1+kz)^{-1/k})^2} & k \neq 0 \\ \frac{\exp(-z)}{\sigma(1+\exp(-z))^2} & k = 0 \end{cases}$	لوجستیک تعمیم یافته
k, α, β	$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\sigma} \left(1 + k \frac{(x-\mu)}{\sigma} \right)^{-1-1/k} & k \neq 0 \\ \frac{1}{\sigma} \exp\left(\frac{(x-\mu)}{\sigma} \right) & k = 0 \end{cases}$	پارتوی تعمیم یافته
k, σ, μ	$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\sigma} \exp(-(1+kz)^{-1/k})(1+kz)^{-1-1/k} & k \neq 0 \\ \frac{1}{\sigma} \exp(-z - \exp(-z)) & k = 0 \end{cases}$	مقادیر حد تعمیم یافته

$$E(y_{nj}|\delta_j) = g^{-1}(\eta_j) = g^{-1}(X_j\beta + Z_j\delta_j) \quad \text{رابطه (۲)}$$

در اینجا y_{nj} بردار پاسخ‌ها در خوشه j ام، g تابع پیوند یکنواخت مشتق‌پذیر، η_j پیش‌بینی کننده خطی با فرض $\eta_j = X_j\beta + Z_j\delta_j$ است. X_j نیز ماتریس عبارت اثرات ثابت مدل $(n_j \times p)$ همراه با خوشه j ام، β نیز بردار ضرایب اثرات ثابت رگرسیون $(p \times 1)$ ، δ_j بردار سطوح عامل تصادفی $(q \times 1)$ همراه با خوشه j ام، و Z_j هم ماتریس پیش‌بینی کننده متناظر برای خوشه j ام است. n_j مشاهده در خوشه j ام در ازای مجموع $n = \sum_{j=1}^m n_j$ مشاهده وجود دارد. فرض می‌شود که پاسخ شرطی $y|\delta$ دارای توزیع از خانواده نمایی است. همچنین هر کدام از اثرات تصادفی دارای توزیع نرمال با میانگین صفر هستند. ماتریس واریانس-کوواریانس بردار اثرات تصادفی در خوشه j ام با D_j مشخص می‌گردد. مشخصاً D_j برای هر خوشه یکسان در نظر گرفته می‌شود. در مدل‌های مرکب خطی نیز تابع پیوند، g ، در واقع پیوند همانی است. عبارت کلی میانگین شرطی به صورت زیر مفروض است.

$$E(y|\delta) = g^{-1}(\eta) = g^{-1}(X\beta + Z\delta) \quad \text{رابطه (۳)}$$

ماتریس واریانس-کوواریانس بردار پاسخ‌های شرطی نیز $\text{Var}(y|\delta) = S$ است، در اینجا

$$S = A^{1/2}(\eta) R A^{1/2}(\eta) \quad \text{رابطه (۴)}$$

با $A(\eta)$ که ماتریس قطری حاوی توابع واریانس همراه با توزیع احتمال پاسخ مفروض است. توابع واریانس براساس پیش‌بینی کننده خطی η ارزیابی می‌گردند. R نیز ماتریس همبستگی است که برای تمامی خوشه‌ها محاسبه می‌شود. تفاوت اصلی مدل‌های مرکب خطی تعمیم‌یافته و مدل‌های خطی تعمیم‌یافته^{۲۴} نیز وجود اثرات تصادفی در مدل‌های GLMM است (Myers et al, 2010: 319). توزیع پیش فرض در این مدل، نرمال است. در صورت مناسب نبودن توزیع‌ها، از توابع پیوند^{۲۵} استفاده می‌شود. تابع پیوند پیش فرض برای توزیع نرمال، بی‌نرمال، گاما، گوسی معکوس، چندجمله‌ای، دوجمله‌ای منفی و پواسون به ترتیب از نوع همانی، لوگیت، توانی ۱، توانی ۲، لوگیت و دوتای آخر لگاریتمی است (McCulloch & Searle, 2001: 136). تمامی مدل‌های مرکب خطی تعمیم‌یافته توسط دو مولفه تعریف می‌شوند. اول این‌که رابطه بین پاسخ مورد انتظار و پیش‌بینی کننده خطی به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\mu_i = g^{-1}(v_i) \quad \text{or} \quad g(\mu_i) = v_i$$

در اینجا $g(\cdot)$ نیز تابع پیوند است. دوم توزیع احتمال شرطی پاسخ‌ها، عضوی از خانواده نمایی با انتظار μ_i و پارامتر مقیاس ϕ هستند.

$$f(y_i|\theta_i, \phi) = \exp\left\{\frac{y_i\theta_i - b(\theta_i)}{\phi} + c(y_i, \phi)\right\} \quad \text{رابطه (۵)}$$

در اینجا، θ_i نیز پارامتر متعارف یا طبیعی، ϕ نیز پارامتر مقیاس یا پراکنش و $b(\cdot)$ و $c(\cdot)$ بسته به اعضاء خانواده نمایی عمل می‌کنند. در جدول (۳) جرئیات آن به طور کامل آمده است (Skrondal & Rabe-Hesketh, 2004: 37). بعد از تعیین توزیع احتمال و تابع پیوند، از طریق معیارهای زیر مدل مناسب انتخاب می‌شود.

- آکائیک اصلاح شده^{۲۶}: معیار اطلاع آکائیک اصلاح شده سنجشی برای انتخاب و مقایسه مدل‌ها براساس $-2 \log \text{likelihood}$ است. مقادیر کوچکتر نشان‌دهنده مدل برتر است. AICC نیز معیار اطلاع آکائیک را برای حجم نمونه‌های کوچک اصلاح می‌کند. به طوری که با افزایش حجم نمونه، AICC به AIC نزدیک می‌شود.

- بیزی^{۲۷}: معیار اطلاع بیزی براساس $-2 \log \text{likelihood}$ مدل‌ها را سنجش و مقایسه می‌کند. مقادیر کوچکتر آن بیانگر مدل برتر است. کارآیی مدل نیز با استفاده از معیار اطلاع آکائیک بررسی می‌شود.

24- Generalized linear model

25- Link function

26- Akaike corrected

27- Bayesian

جدول ۳- اعضای خانواده توزیع نمایی و پارامترهای به کار رفته برای مدل‌سازی دوره‌های تر و خشک

Table 3- members of exponential family distribution and parameters used to modeling wet and dry spells

توزیع	پیوند متعارف $\theta (\mu)$	تابع کومولان $b(\theta)$	پارامتر پراکنش ϕ	انتظار $b'(\theta)$	واریانس $\phi b''(\theta)$	احتمال یا تراکم $f(y \theta, \phi)$
برنولی	$\ln(\mu/(1-\mu))$	$\ln(1 + \exp(\theta))$	1	$\frac{\exp(\theta)}{1 + \exp(\theta)}$	$\mu(1-\mu)$	μ
دوجمله‌ای	$\ln(\mu/(1-\mu))$	$\ln(1 + \exp(\theta))$	1/n	$\frac{\exp(\theta)}{1 + \exp(\theta)}$	$\mu(1-\mu)/n$	$\binom{n}{y} \mu^y (1-\mu)^{(1-\mu)n}$
پواسون	$\ln(\mu)$	$\exp(\theta)$	1	$\exp(\theta)$	σ^2	$\frac{\mu^y \exp(-\mu)}{y!}$
نرمال	μ	$\theta^2/2$	σ^2	θ	μ	$\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{(y-\mu)^2}{2\sigma^2}\right)$
گاما	$-1/\mu$	$-\ln(-\theta)$	α^{-1}	$-1/\theta$	$\mu^2 \alpha^{-1}$	$\frac{1}{\Gamma(\alpha)} \left(\frac{\alpha}{\mu}\right)^\alpha y^{\alpha-1} \exp\left(-\frac{\alpha y}{\mu}\right)$
گوسی معکوس	$1/\mu^2$	$-(-2\theta)^{1/2}$	σ^2	$(-2\theta)^{-1/2}$	$\mu^3 \sigma^2$	$\frac{1}{\sqrt{2\pi y^3 \sigma^2}} \exp\left\{\frac{-(y-\mu)^2}{2(\mu\sigma)^2 y}\right\}$

$$AIC = -2l + 2d \quad \text{رابطه (۶)}$$

در اینجا از معیار اطلاع آکائیک اصلاح شده استفاده شده است. معیار فوق با رابطه زیر بیان می‌شود.

$$AICC = -2l + \frac{2d.N}{(N-d-1)} \quad \text{رابطه (۷)}$$

و معیار اطلاع بیزی برابر با

$$BIC = -2l + d \ln(N) \quad \text{رابطه (۸)}$$

در رابطه بالا، l نشان‌دهنده لوگ شبه درست‌نمایی، N برابر با تعداد نمونه موثر منهای تعداد پارامترهای غیر تکراری مدل و d نیز تعداد پارامترهای کوواریانس است. با توجه به این‌که مقادیر لوگ شبه درست‌نمایی به مدل‌های خطی مربوط هستند، معیار اطلاع به‌منظور مقایسه مدل‌ها با توزیع‌ها و توابع پیوند مختلف باید با احتیاط تفسیر گردد (Myers et al., 2010: 325).

یافته‌ها و بحث

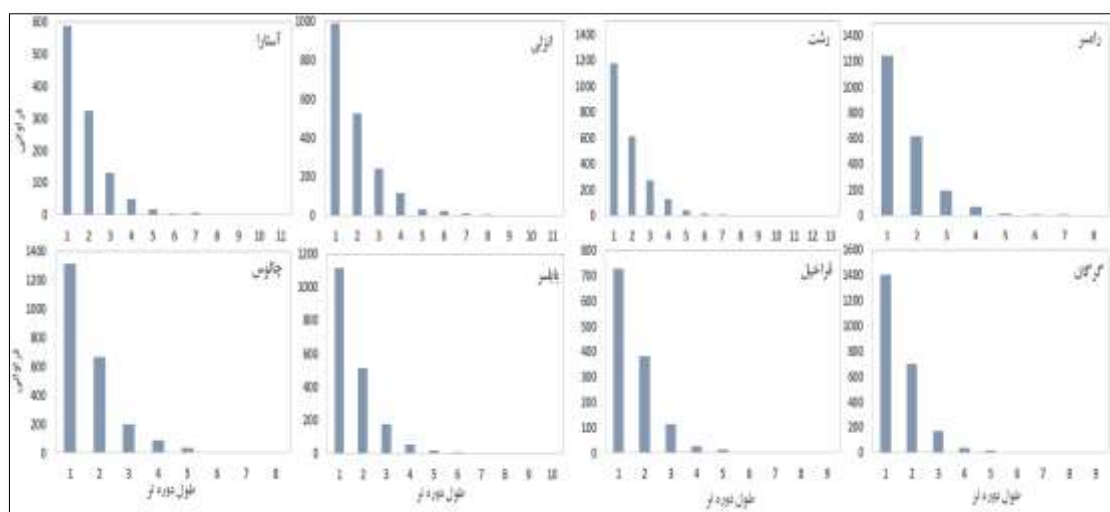
استخراج مدل‌های احتمال براساس توزیع فراوانی دوره‌های تر و خشک انجام می‌گیرد. در جدول (۴) شاخص‌های آماری توزیع دوره‌های تر و خشک سالانه ایستگاه‌های ساحل جنوبی دریای خزر محاسبه شده است. به دلیل نامساوی بودن فراوانی دوره‌های تر و خشک، از میانگین و انحراف معیار وزنی استفاده شده است، زیرا نتایج به‌دست آمده از میانگین و انحراف معیار وزنی نسبت به میانگین و انحراف معیار غیروزی با واقعیت همخوانی بیش‌تری دارد. علاوه بر آن طول دوره تر و خشک حداکثر، احتمال یک روز تر و خشک و فراوانی آن‌ها در جدول فوق آمده است. میانگین دوره تر سالانه بین ۱/۵۵ تا ۱/۹ روز متغیر بوده و انحراف معیار آن‌ها به‌ترتیب بین ۰/۸۳ تا ۱/۲۹ روز تغییر می‌کند. همین‌طور میانگین دوره خشک سالانه بین ۷/۵۰ تا ۸/۹۲ روز و انحراف معیار طول دوره خشک به‌ترتیب بین ۷/۶۸ تا ۱۱/۰۱ روز تغییر دارد. میانگین دوره تر سالانه از غرب به شرق دارای روند کاهشی ملایم است؛ اما در میانگین دوره خشک روند منظمی وجود ندارد. طولانی‌ترین دوره تر در ایستگاه رشت با ۱۲ روز متوالی در طی دوره سرد و طولانی‌ترین دوره خشک در ایستگاه گرگان با ۲۲۷ روز متوالی در طی دوره گرم اتفاق افتاده است. به‌طور کلی طول دوره خشک در فصل گرم افزایش یافته و در اکثر ایستگاه‌ها به بیش از سه ماه می‌رسد، اما در فصل سرد از ۵۰ روز در طی دوره مورد مطالعه بالاتر نرفته است.

جدول ۴- شاخص‌های آماری توزیع دوره‌های تر و خشک سالانه ایستگاه‌های ساحل جنوبی دریای خزر

Table 4- Statistical parameters of wet and dry annual spells distribution of stations on the southern coast of the Caspian Sea

ایستگاه	دوره خشک					دوره تر				
	میانگین وزنی $\bar{x}_w$	انحراف معیار SD	حداکثر Max	احتمال P(d)	تعداد Nd	میانگین وزنی $\bar{x}$	انحراف معیار SD	حداکثر Max	احتمال P(w)	تعداد Nw
آستارا	۷/۸۰	۹/۳۳	۹۴	۰/۸۲	۸۹۵۳	۱/۷۹	۱/۱۰	۱۰	۰/۱۸	۲۰۰۴
بندر انزلی	۸/۲۵	۹/۹۷	۱۰۱	۰/۸۱	۱۶۳۳	۱/۹	۱/۲۹	۱۰	۰/۱۹	۳۷۵۶
رشت	۷/۷۲	۹/۰۴	۸۵	۰/۸۱	۱۷۷۱	۱/۸۵	۱/۲۱	۱۲	۰/۱۹	۴۱۹۹
رامسر	۸/۴۴	۹/۴۴	۱۱۵	۰/۸۴	۱۸۴۲	۱/۶۲	۰/۹۰	۷	۰/۱۶	۳۴۸۸
نوشهر	۷/۶۸	۸/۵۸	۱۱۵	۰/۸۲	۱۸۰۶	۱/۶۶	۰/۹۵	۷	۰/۱۸	۳۸۵۱
بابلسر	۸/۹۲	۱۱/۰۱	۱۰۹	۰/۸۵	۱۷۰۲	۱/۶۲	۰/۹۳	۹	۰/۱۵	۳۰۶۷
قراخیل قائم	۷/۵۰	۷/۶۸	۶۰	۰/۸۳	۹۶۵۹	۱/۶۰	۰/۸۶	۸	۰/۱۷	۲۰۲۹
گرگان	۷/۷۰	۹/۲۷	۲۲۷	۰/۸۳	۱۸۲۸	۱/۵۵	۰/۸۳	۸	۰/۱۷	۳۶۳۲

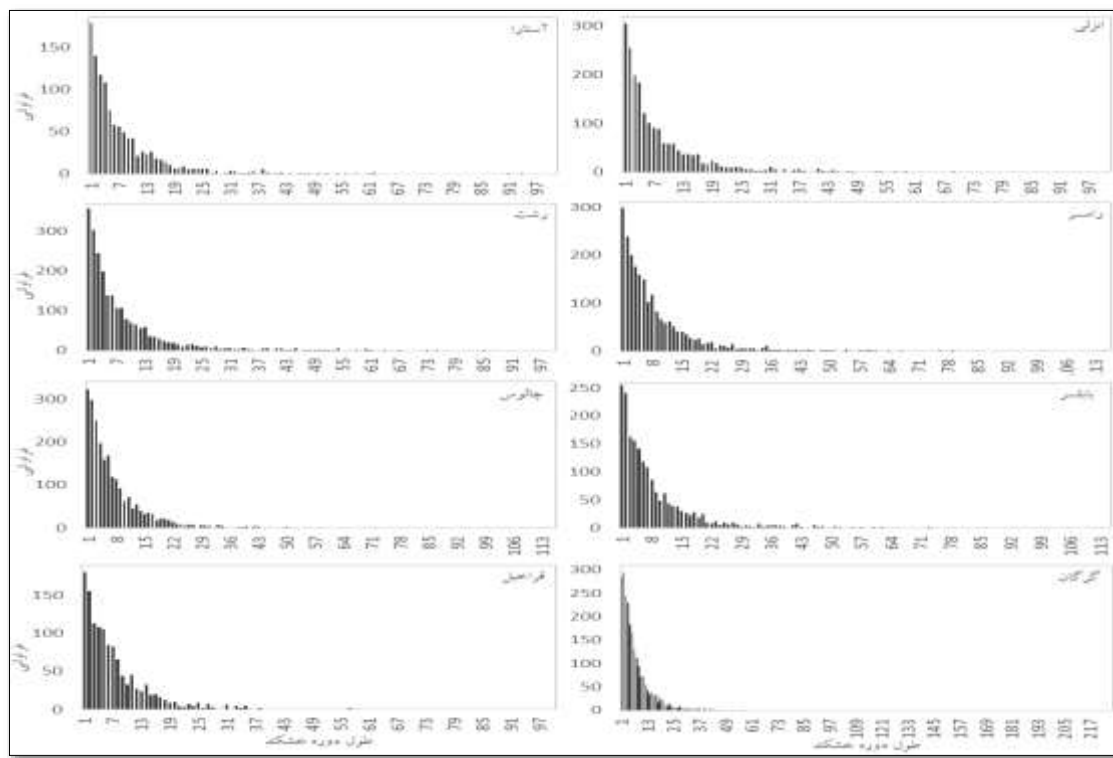
در بررسی توزیع دوره‌های تر سالانه مشخص شد که در تمامی ایستگاه‌ها، بالاترین فراوانی رخداد بارش از نوع یک روزه بوده و فراوانی رخداد بارش دو روزه تقریباً نصف فراوانی بارش یک روزه در طی دوره می‌باشد. همان‌گونه که مشاهده می‌شود، روند نزولی کاهش در دوره‌های تر سه، چهار روزه و ... ادامه یافته و در دوره‌های تر هشت و نه روزه، فراوانی رخداد آن به کم‌تر از ۲ بار در طی دوره مورد مطالعه کاهش می‌یابد (شکل ۲). در دوره سرد سال نسبت فراوانی وقوع بارش‌های دو روزه به یک روزه بیش‌تر می‌شود. درحالی که در دوره گرم سال نسبت فوق پایین‌تر است. در اکثر اوقات سیستم‌های بارشی یک و دو روزه در منطقه حاکم هستند و از بارش‌های سه روزه به بعد افت شدید در فراوانی وقوع آن اتفاق می‌افتد. با وجود واقع بودن تمامی ایستگاه‌ها در خط ساحل جنوبی دریای خزر و عدم فاصله زیاد از دریا، عدم همگنی مکانی در فراوانی رخداد دوره تر کاملاً مشهود است. البته تفسیر و تحلیل توالی دوره تر باید با توجه به توالی دوره خشک انجام شود؛ زیرا بعد از دوره تر، طول دوره خشک نیز تاثیر مستقیم برکارایی مقدار بارش خواهد داشت.



شکل ۲: توزیع فراوانی مدت تر سالانه ایستگاه‌های ساحل جنوبی دریای خزر

Figure 2: Frequency distribution of annual wet spell on the southern coast of Caspian sea

در شکل (۳) توزیع فراوانی رخداد دوره خشک ایستگاه‌های مورد مطالعه ترسیم شده است. طولانی‌ترین دوره خشک ایستگاه‌ها به ترتیب از شرق به غرب برابر با ۹۴، ۱۰۱، ۸۵، ۱۱۵، ۱۱۵، ۱۰۹، ۶۰ و ۲۲۷ روز در طی دوره مورد مطالعه است. به نظر می‌رسد طولانی‌ترین دوره خشک سالانه در ناحیه شرقی ساحل رخ می‌دهد. برخلاف دوره تر، خشکی از فراوانی قابل توجه‌ای در دوره‌های بالاتر از ۱۲ روز برخوردار است. مجدداً مانند دوره تر، ایستگاه گرگان دارای بیش‌ترین فراوانی دوره خشک است. روند خاصی در مجموع دوره خشک مشاهده نمی‌شود، البته این موضوع برای دوره‌های مختلف خشک نیز قابل تعمیم است. تمرکز طولانی‌ترین دوره خشک سالانه در فصل گرم سال بیانگر آنست که دوره‌های خشک طولانی در دوره گرم سال اتفاق افتاده و دارای تمرکز تابستانه هستند.



شکل ۳: توزیع فراوانی طول دوره خشک سالانه ایستگاه‌های ساحل جنوبی دریای خزر

Figure 3: Frequency distribution of annual dry spell length on the southern coast of Caspian sea

بهترین مدل احتمال

به دلیل وابسته بودن دوره‌های تر و خشک اقلیمی به رخداد یا عدم رخداد بارندگی، ارائه مدل مناسب احتمال توزیع فراوانی دوره‌های فوق بسیار اهمیت دارد. در جدول (۵) بهترین مدل دوره‌های تر و خشک سالانه آورده شده است. نتایج به‌دست آمده از آزمون GOF کلموگروف-اسمیرنوف نشان می‌دهد که بهترین مدل توزیع دوره‌های تر سالانه از غرب به شرق ساحل به ترتیب توزیع گامای دوپارامتری، لوگ نرمال دوپارامتری، لوگ لوجستیک دوپارامتری، گامای تعمیم‌یافته چهارپارامتری، گامای تعمیم‌یافته سه پارامتری، گامای دو پارامتری، گامای سه پارامتری و لوگ لوجستیک سه پارامتری هستند. البته باید به این نکته توجه داشت، در تمامی ایستگاه‌ها چندین توزیع احتمال مناسب شناخته می‌شود زیرا مقدار آماره فوق در سطح معنی‌داری $\alpha = 0.05$ کوچکتر از مقدار بحرانی تعیین شده است. در این حالت، کم‌ترین مقدار به‌دست آمده از آزمون کلموگروف-اسمیرنوف فراوانی مشاهده شده و مورد انتظار هر توزیع بعنوان مناسب‌ترین مدل توزیع فراوانی انتخاب می‌شود. مدل‌های انتخاب شده برای دوره تر از هر سه نوع دو، سه و چهارپارامتری هستند. مدل‌های با تعداد پارامترهای کم‌تر در صورت تایید آماره آزمون کلموگروف-اسمیرنوف در اولویت قرار دارند.

جدول ۵- نتایج آزمون کلموگروف-اسمیرنف بر روی تابع توزیع احتمال تجمعی تئوریک و تجربی توزیع‌های مختلف و تعیین بهترین توزیع

احتمال فراوانی دوره تر سالانه براساس کم‌ترین مقدار آزمون و سطح معنی‌داری $\alpha = 0.05$

Table 5- The results of the Kolmogorov-Smirnov test on the theoretical and experimental probability distribution function of different distributions and determine the best probability distribution of the annual wet spell frequency based on the lowest test value and significance level $\alpha = 0.05$

ایستگاه	آستارا	انزلی	رشت	رامسر	چالوس	بابلسر	قراخیل	گرگان
مقدار بحرانی با $\alpha = 0.05$	۰/۴۰۹۳	۰/۴۰۹۳	۰/۳۷۵۴	۰/۴۸۳۴	۰/۴۸۳۴	۰/۴۳۰۰	۰/۴۵۴۳	۰/۴۵۴۳
گامای دو پارامتری	۰/۱۹۰۶	۰/۱۹۵۴	۰/۱۹۱۲	۰/۲۲۲۷	۰/۱۵۶۳	۰/۱۸۴۴	۰/۲۴۸۷	۰/۲۲۵۸
گامای سه پارامتری	۰/۲۳۱۷	۰/۱۹۲۲	۰/۲۴۹۹	۰/۲۵۲۱	۰/۲۵۶۱	۰/۲۱۹۶	۰/۱۹۷۳	۰/۱۸۴۸
گامای تعمیم یافته سه پارامتری	۰/۲۲۸۸	۰/۲۲۴۰	۰/۲۴۶۹	۰/۲۱۱۶	۰/۱۵۰۶	۰/۲۱۷۲	۰/۲۱۷۲	۰/۲۰۸۳
گامای تعمیم یافته	۰/۱۹۹۴	۰/۱۲۸۵	۰/۲۳۷۱	۰/۱۶۸۵	۰/۱۶۲۰	۰/۲۳۹۸	۰/۲۳۰۱	۰/۲۰۹۳
لوگ نرمال دو پارامتری	۰/۲۱۰۵	۰/۱۲۸۳	۰/۲۳۹۳	۰/۱۹۹۲	۰/۱۵۵۳	۰/۲۵۱۱	۰/۲۴۶۸	۰/۲۱۳۶
لوگ نرمال سه پارامتری	۰/۲۱۰۵	۰/۶۰۶۵	۰/۲۳۹۳	۰/۷۴۲۳	۰/۳۵۷۳	۰/۲۵۱۱	۰/۲۳۵۲	۰/۲۸۲۸
لوگ لجستیک دو پارامتری	۰/۱۹۹۰	۰/۱۳۸۳	۰/۱۷۵۰	۰/۱۸۷۲	۰/۱۶۸۵	۰/۲۰۴۲	۰/۲۳۰۵	۰/۲۲۰۵
لوگ لجستیک سه پارامتری	۰/۱۹۷۴	۰/۱۳۸۱	۰/۲۲۶۲	۰/۲۲۸۰	۰/۲۳۲۰	۰/۲۴۲۹	۰/۳۷۵۰	۰/۱۷۷۹
لوجستیک تعمیم یافته	۰/۲۳۴۵	۰/۲۱۷۴	۰/۲۳۹۶	۰/۲۳۲۲	۰/۲۱۹۹	۰/۲۴۴۵	۰/۲۴۹۹	۰/۲۵۶۲
پارتوی تعمیم یافته	۰/۲۵۵۶	۰/۲۳۷۴	۰/۲۵۸۰	۰/۲۵۷۶	۰/۲۴۴۰	۰/۲۶۴۲	۰/۲۷۳۸	۰/۲۷۸۳
مقادیر حد تعمیم یافته	۰/۲۲۸۸	۰/۲۱۲۰	۰/۲۳۳۷	۰/۲۲۸۵	۰/۲۱۶۲	۰/۲۳۷۵	۰/۲۴۴۸	۰/۲۴۹۹

جدول ۶- نتایج آزمون کلموگروف-اسمیرنف بر روی تابع توزیع احتمال تجمعی تئوریک و تجربی توزیع‌های مختلف و تعیین بهترین توزیع

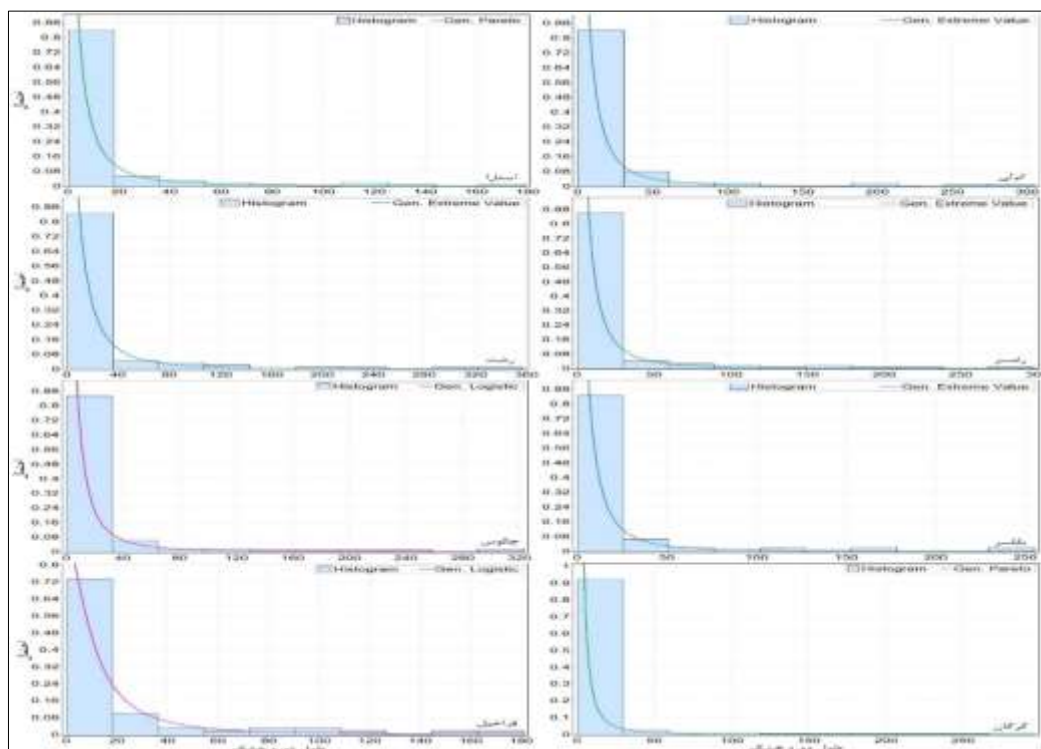
احتمال فراوانی مدت خشک سالانه براساس کم‌ترین مقدار آزمون و سطح معنی‌داری $\alpha = 0.05$

Table 6- The results of the Kolmogorov-Smirnov test on the theoretical and experimental probability distribution function of different distributions and determine the best probability distribution of the annual dry spell frequency based on the lowest test value and significance level $\alpha = 0.05$

ایستگاه	آستارا	انزلی	رشت	رامسر	چالوس	بابلسر	قراخیل	گرگان
مقدار بحرانی با $\alpha = 0.05$	۰/۱۳۸۲	۰/۱۳۵۱	۰/۱۴۵۲	۰/۱۲۶۶	۰/۱۲۶۶	۰/۱۳۰۱	۰/۱۷۲۳	۰/۰۹۰۱
گامای دو پارامتری	۰/۴۴۶۸	۰/۳۷۶۲	۰/۳۰۵۹	۰/۴۶۹۶	۰/۴۹۵۷	۰/۳۸۵۳	۰/۲۳۳۳	۰/۷۴۴۵
گامای سه پارامتری	۰/۴۴۸۶	۰/۳۷۸۱	۰/۳۴۱۹	۰/۴۶۹۶	۰/۴۹۵۷	۰/۳۸۵۳	۰/۲۸۴۷	۰/۷۴۴۵
گامای تعمیم یافته سه پارامتری	۰/۴۴۶۸	۰/۳۷۶۲	۰/۳۲۲۶	۰/۴۶۹۶	۰/۴۹۵۷	۰/۳۸۵۳	۰/۲۷۵۴	۰/۷۴۴۵
گامای تعمیم یافته	۰/۴۷۸۱	۰/۳۷۶۲	۰/۳۳۴۸	۰/۴۶۹۶	۰/۴۹۵۷	۰/۳۸۶۸	۰/۳۰۱۵	۰/۷۴۴۵
لوگ نرمال دو پارامتری	۰/۴۸۴۹	۰/۳۹۶۶	۰/۳۳۵۴	۰/۴۶۹۶	۰/۴۹۵۷	۰/۳۹۵۰	۰/۳۱۷۵	۰/۷۴۴۵
لوگ نرمال سه پارامتری	۰/۴۸۴۹	۰/۳۹۶۶	۰/۳۳۵۴	۰/۴۶۹۶	۰/۴۹۵۷	۰/۳۹۵۰	۰/۳۱۷۵	۰/۷۴۴۵
لوگ لجستیک دو پارامتری	۰/۴۴۴۶	۰/۳۷۶۲	۰/۳۰۵۹	۰/۴۶۹۶	۰/۴۹۵۷	۰/۳۸۵۳	۰/۲۳۳۳	۰/۷۴۴۵
لوگ لجستیک سه پارامتری	۰/۴۶۷۵	۰/۳۷۹۶	۰/۳۱۹۷	۰/۴۶۹۶	۰/۴۹۵۷	۰/۳۸۵۳	۰/۳۰۲۶	۰/۷۴۴۵
لوجستیک تعمیم یافته	۰/۲۵۸۵	۰/۲۳۱۹	۰/۲۲۲۳	۰/۲۴۷۸	۰/۲۵۸۸	۰/۲۳۱۷	۰/۲۰۰۲	۰/۴۵۰۱
پارتوی تعمیم یافته	۰/۲۵۲۵	۰/۲۴۵۹	۰/۲۳۶۶	۰/۲۶۳۰	۰/۲۷۰۳	۰/۲۴۵۸	۰/۲۱۷۷	۰/۴۴۱۱
مقادیر حد تعمیم یافته	۰/۲۶۳۷	۰/۲۲۳۶	۰/۲۱۴۱	۰/۲۴۰۸	۰/۲۶۶۸	۰/۲۲۲۸	۰/۲۰۰۳	۰/۴۶۴۱

در همین راستا، دوره‌های خشک سالانه همانند دوره‌های تر با توزیع‌های مختلف آماری بررسی شد. در جدول (۶) مدل‌های مختلف احتمال و سطح معنی‌داری آن‌ها آورده شده است. مدل‌های انتخاب شده از نوع دو، سه و چهار

پارامتری و لگاریتمی و غیرلگاریتمی هستند. نتایج آزمون کلموگروف-اسمیرنف روی فراوانی مشاهده شده و مورد انتظار دوره خشک سالانه نشان داد در تمامی ایستگاه‌ها آماره محاسبه شده بزرگ‌تر از آماره بحرانی است.



شکل ۴: توزیع احتمال مشاهده شده و برآورد شده فراوانی دوره خشک سالانه ایستگاه‌های ساحل جنوبی دریای خزر

Figure 4: The observed and estimated probability distribution of annual dry period frequency on the southern coast stations of the Caspian Sea

بهترین مدل رگرسیونی

علت اصلی به‌کارگیری مدل‌های مرکب خطی تعمیم‌یافته بجای مدل‌های خطی، عدم توزیع نرمال متغیر تخمینی و تخصیص تابع پیوند غیرخطی بین میانگین متغیر و مقدار پیش‌بینی و همچنین ایجاد برخی از اشکال همبستگی بین داده‌ها است. در بررسی دوره‌های تر خشک ایستگاه‌های ساحل جنوبی دریای خزر از مدل‌های مرکب خطی تعمیم‌یافته^{۲۸} در حالت نرمال^{۲۹}، لوگ نرمال^{۳۰}، لگاریتمی گاما^{۳۱}، لوگ پواسون^{۳۲}، لوگ دوجمله‌ای منفی^{۳۳} و لگاریتمی گوسی معکوس^{۳۴} استفاده شده است. تابع پیوند برای دوره‌های تر و خشک از نوع همانی و لگاریتمی است.

28- Generalized linear mixed model

29- Normal probability distribution

30- Log normal probability distribution

31- Log gamma probability distribution

32- Log Poisson probability distribution

33- Log Negative binomial probability distribution

34- Log inverse Gaussian distribution

جدول ۷- مقدار AICC و BIC مدل‌های توزیع احتمال طول دوره تر سالانه ایستگاه‌های ساحل جنوبی دریای خزر

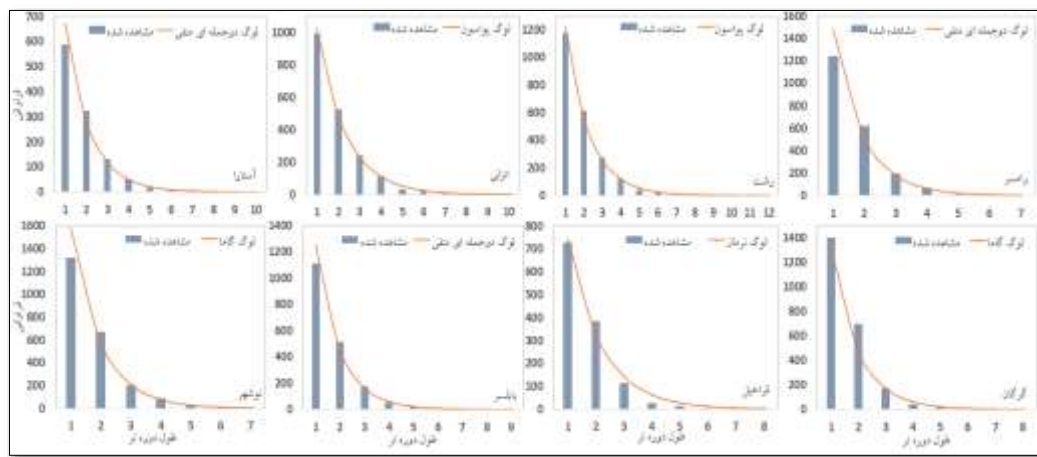
Table 7- The AICC and BIC value of probability distribution models for annual wet spell length on the southern coast stations of the Caspian Sea

ایستگاه	معیار تعیین	مدل‌های توزیع						نرمال
		لگاریتمی گوسی معکوس	توانی نرمال	لوگ نرمال	لوگ دو جمله ای منفی	لوگ پواسون	لگاریتمی گاما	
آستارا	AIC	۹۳/۱۵	۱۳۳/۳۷	۹۱/۴۱	۷۱/۱۰	۷۲/۲۴	۷۸/۳۶	۱۰۹/۸۶
	BIC	۸۸/۹۴	۱۳۰/۲۷	۸۸/۳۲	۶۸/۰۱	۷۱/۱۳	۷۴/۱۵	۱۰۹/۲۷
بندر انزلی	AIC	۱۱۰/۹۷	۱۴۳/۰۳	۹۰/۳۲	۸۱/۰۴	۷۷/۰۸	۹۱/۹۶	۱۱۷/۵۹
	BIC	۱۰۷/۸۸	۱۳۹/۹۴	۸۷/۲۲	۷۷/۹۴	۷۵/۹۷	۸۸/۸۶	۱۱۷/۰۱
رشت	AIC	۱۰۹/۴۵	۱۷۳/۸۱	۱۰۸/۳۵	۸۴/۴۶	۸۳/۶۰	۹۶/۳۴	۱۴۹/۱۱
	BIC	۱۰۷/۲۱	۱۷۲/۲۶	۱۰۶/۸۱	۸۲/۹۲	۸۳/۲۴	۹۴/۱۰	۱۴۸/۹۱
رامسر	AIC	۷۸/۸۷	۱۱۰/۰۹	۸۴/۴۵	۷۱/۰۵	۸۷/۹۱	۷۱/۶۹	۷۸/۹۳
	BIC	۷۰/۷۰	۱۰۱/۹۳	۷۶/۲۹	۶۲/۸۹	۸۴/۸۰	۶۳/۵۳	۷۷/۲۰
نوشهر	AIC	۷۷/۵۱	۱۱۰/۷۴	۸۵/۵۹	۶۹/۷۳	۸۱/۶۴	۶۷/۷۴	۷۹/۳۹
	BIC	۶۹/۳۵	۱۰۲/۵۷	۷۷/۴۳	۶۱/۵۷	۷۸/۵۳	۵۹/۵۸	۷۷/۶۷
بابلسر	AIC	۹۰/۰۶	۱۳۳/۹۶	۹۰/۲۶	۶۹/۱۶	۷۱/۹۵	۶۹/۲۲	۱۰۶/۶۴
	BIC	۸۴/۲۹	۱۲۹/۷۵	۸۶/۰۵	۶۴/۹۵	۷۰/۳۴	۶۳/۴۶	۱۰۵/۷۸
قراخیل قائم شهر	AIC	۸۶/۴۲	۱۱۴/۳۳	۸۷/۸۴	۶۶/۵۲	۸۷/۸۲	۷۱/۱۰	۸۷/۲۹
	BIC	۸۰/۶۵	۱۰۸/۵۷	۸۲/۰۸	۶۰/۷۶	۸۵/۵۸	۶۵/۳۴	۸۶/۰۸
گرگان	AIC	۹۲/۱۴	۱۲۵/۳۶	۹۷/۷۶	۷۳/۶۹	۱۲۱/۳۴	۷۸/۸۶	۹۵/۵۶
	BIC	۸۶/۳۸	۱۱۹/۶۰	۹۲/۰۰	۶۷/۹۳	۱۱۹/۱۰	۷۰/۱۰	۹۴/۳۶

جدول ۸- مقدار AICC و BIC مدل‌های توزیع احتمال طول دوره خشک سالانه ایستگاه‌های ساحل جنوبی دریای خزر

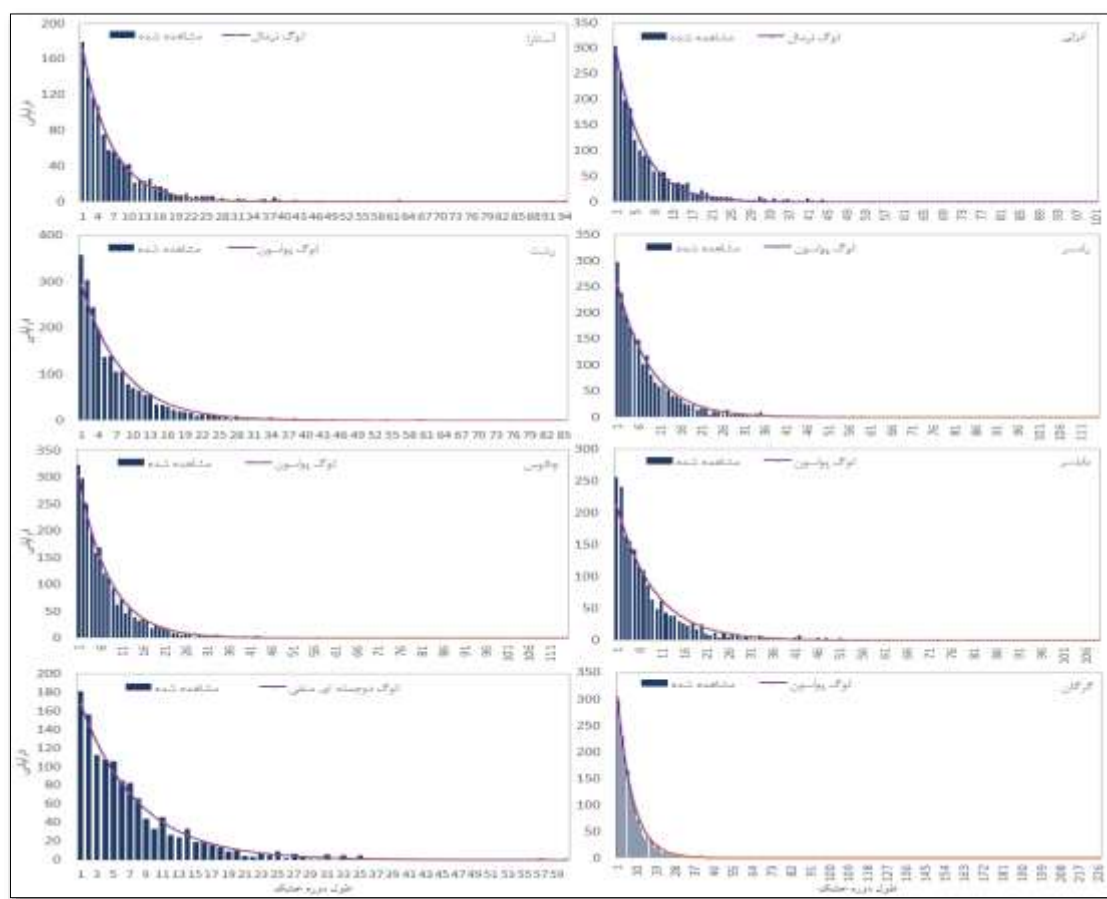
Table 8- The AICC and BIC value of probability distribution models for annual dry spell length on the southern coast stations of the Caspian Sea

ایستگاه	معیار تعیین	مدل‌های توزیع						نرمال
		لگاریتمی گوسی معکوس	توانی نرمال	لوگ نرمال	لوگ دو جمله ای منفی	لوگ پواسون	لگاریتمی گاما	
آستارا	AIC	۳۴۶/۷۵	۸۷۵/۵۲	۴۷۴/۰۳	۳۲۰/۱۶	۳۲۷/۹۸	۳۳۳/۵۹	۸۷۰/۴۷
	BIC	۳۵۲/۱۱	۸۸۲/۸۸	۴۸۱/۳۹	۳۲۷/۵۲	۳۳۲/۹۴	۳۳۸/۹۵	۸۷۲/۹۴
بندر انزلی	AIC	۴۳۹/۸۰	۱۰۴۵/۷۱	۶۲۶/۹۶	۴۰۶/۷۰	۴۶۷/۹۳	۴۱۷/۴۶	۱۰۳۸/۸۸
	BIC	۴۴۵/۸۲	۱۰۵۳/۳۱	۶۳۴/۵۵	۴۱۴/۳۰	۴۷۳/۰۴	۴۲۳/۴۸	۱۰۴۱/۴۳
رشت	AIC	۴۲۲/۵۰	۹۱۶/۹۱	۵۳۴/۹۳	۳۹۷/۱۲	۴۳۸/۳۶	۳۹۴/۷۷	۹۰۸/۵۰
	BIC	۴۲۸/۲۹	۹۲۳/۹۵	۵۴۱/۹۶	۴۰۴/۱۵	۴۴۳/۱۰	۴۰۰/۵۷	۹۱۰/۸۷
رامسر	AIC	۴۶۰/۸۴	۱۱۸۳/۸۳	۶۳۹/۳۲	۳۸۲/۶۸	۳۸۷/۳۲	۴۳۵/۸۹	۱۱۷۷/۶۵
	BIC	۴۶۶/۷۵	۱۱۹۱/۸۵	۶۴۷/۳۴	۳۹۰/۷۰	۳۹۲/۷۱	۴۴۱/۸۰	۱۱۸۰/۳۴
نوشهر	AIC	۴۵۱/۸۹	۱۲۱۷/۷۹	۶۶۲/۶۵	۳۷۳/۶۴	۳۸۱/۵۲	۴۲۹/۸۰	۱۲۱۱/۰۱
	BIC	۴۵۷/۶۲	۱۲۲۵/۸۱	۶۷۰/۶۷	۳۸۱/۶۵	۳۸۶/۹۰	۴۳۵/۵۴	۱۲۱۳/۷۱
بابلسر	AIC	۴۴۹/۱۴	۱۰۹۹/۸۵	۶۴۰/۴۲	۴۴۰/۰۵۳	۴۹۲/۹۷۳	۴۳۸/۸۵۲	۱۰۹۳/۸۵
	BIC	۴۵۵/۳۷	۱۱۷۶/۹	۶۴۸/۲۶۶	۴۴۷/۸۹۸	۴۹۸/۲۴۲	۴۴۵/۰۸۵	۱۰۹۶/۴۸
قراخیل قائم شهر	AIC	۳۲۷/۲۶	۵۷۶/۱۱	۳۵۵/۲۸	۲۷۴/۲۳	۲۷۲/۱۰	۲۹۵/۲۲	۵۶۸/۶۲
	BIC	۳۳۲/۱۷	۵۸۱/۹۶	۳۶۱/۱۴	۲۸۰/۰۸	۲۷۶/۰۸	۳۰۰/۱۳	۵۷۰/۶۱
گرگان	AIC	۴۸۹/۱۷	۲۲۹۵/۴۰	۱۲۳۹/۸۵	۳۹۲/۹۸	۳۹۵/۷۱	۴۷۶/۴۷	۲۲۹۲/۳۵
	BIC	۴۹۴/۹۱	۲۳۰۵/۵۷	۱۲۵۰/۰۲	۴۰۳/۱۵	۴۰۲/۵۰	۴۸۲/۲۰	۲۲۹۵/۷۵



شکل ۵: فراوانی مشاهده شده و برآورد شده بهترین مدل رگرسیونی طول دوره تر سالانه ایستگاه‌های ساحل جنوبی دریای خزر

Figure 5: The observed and estimated frequency of the best regression model for annual wet spell on the southern coast stations of Caspian Sea



شکل ۶: فراوانی مشاهده شده و برآورد شده بهترین مدل رگرسیونی طول دوره خشک سالانه ایستگاه‌های ساحل جنوبی دریای خزر

Figure 6: The observed and estimated frequency of the best regression model for annual dry spell on the southern coast stations of Caspian Sea

جداول (۷ و ۸) و اشکال (۵ و ۶) بهترین مدل رگرسیونی خطی را برای دوره تر و خشک ۸ ایستگاه ساحل جنوبی دریای خزر براساس مقادیر دو معیار فوق نشان می‌دهند. مناسب‌ترین مدل رگرسیونی برای دوره‌های تر سالانه به ترتیب لوگ دوجمله‌ای منفی، لوگ پواسون، لوگ نرمال و لگاریتمی گاما شناسایی شد. انتخاب مدل‌ها بر مبنای مقادیر AICC و BIC و همچنین مشاهده نمودارهای به دست آمده از مقادیر مشاهده شده و مورد انتظار صورت گرفته است. همچنین نتایج برازش مدل‌های رگرسیونی با فراوانی دوره خشک سالانه حاکی از مناسب بودن توزیع لوگ پواسون و لوگ نرمال است. همچنین توزیع دوجمله‌ای منفی به غیر از ایستگاه بندر انزلی، رشت و بابل‌سر با دوره‌های خشک سایر ایستگاه‌ها هماهنگ می‌باشد.

نتیجه‌گیری

در تحقیق حاضر روزهای متوالی تر و خشک با مقدار بیش‌تر و کم‌تر از میانگین روزانه بارندگی هر ایستگاه در ساحل جنوبی دریای خزر شناسایی و بهترین مدل توزیع احتمال با استفاده از آزمون GOF کلموگروف-اسمیرنوف و همچنین برترین مدل مرکب خطی تعمیم‌یافته با استفاده از معیار AICC و BIC تعیین گردید. بهترین مدل احتمال برای بررسی توزیع دوره‌های تر و خشک بعنوان ورودی سیستم پایش اقلیمی قابل استفاده بوده و پیش‌بینی بهتری از رخداد‌های اقلیمی آینده فراهم می‌کند. به علت پیچیدگی فرایند بارندگی، تعیین مناسب‌ترین توزیع احتمال دوره‌های تر و خشک فرایند آشکاری نبوده و نیازمند بررسی‌های دقیق‌تر است. در تعیین مدل احتمال برتر فراوانی دوره‌های تر و خشک، مدل با تعداد پارامتر کم‌تر از اولویت برخوردار است. بر مبنای نتایج به دست آمده از تحلیل فراوانی رخداد دوره‌های تر و خشک معلوم شد که روند مشخصی در فراوانی رخداد دوره‌های تر و خشک از غرب به شرق ساحل وجود ندارد؛ اما در شرق منطقه یعنی ایستگاه گرگان نسبت به مرکز و غرب، احتمال رخداد بالاتر و طول دوره خشک بزرگ‌تر است. طول مدت تر در این ناحیه از ۱۲ روز تجاوز نکرده و فراوانی روزهای تر یک‌روزه بسیار بالا است. از این‌رو می‌توان گفت عمده بارش‌های منطقه توسط سیستم‌های بارشی یک و دو روزه ایجاد می‌شوند. نتیجه این‌که سهم بارش‌های یک تا سه روزه در شرق ناحیه بیش‌تر از غرب است. در حالی که در غرب ناحیه سهم بارش‌های چهارروزه و بالاتر افزایش می‌یابد. در همین راستا طولانی‌ترین دوره خشک سالانه دارای تمرکز تابستانه بوده و در دوره گرم سال اتفاق می‌افتد. همچنین طولانی‌ترین دوره خشک در ناحیه شرقی و ایستگاه گرگان رخ داده است. همچنین در انتخاب بهترین مدل احتمال، از ۱۱ مدل توزیع احتمال گسسته استفاده شد.

نتایج کار Carvalho et al (2013)، Lana et al (2008)، Serra et al (2013) و She et al (2012) بر روی دوره‌های تر و خشک برزیل، کاتالونیا، اروپا و چین نشان داد که توزیع‌های پیرسون تیپ III، ویبول، پارتوی تعمیم‌یافته، لوگ نرمال، مقادیر حد تعمیم‌یافته ارزیابی خوبی از فراوانی دوره‌های تر و خشک (جزیی و فرین) دارند. در همین راستا بررسی دوره‌های تر و خشک ایستگاه‌های ساحل جنوبی دریای خزر با توزیع‌های مختلف احتمال نشان داد که بهترین مدل‌های دوره تر سالانه، توزیع گامای دوپارامتری، لوگ نرمال دوپارامتری، لوگ لوجستیک دوپارامتری، گامای

تعمیم‌یافته چهارپارامتری، گامای تعمیم‌یافته سه پارامتری، گامای دو پارامتری، گامای سه پارامتری و لوگ لجستیک سه پارامتری هستند. البته توزیع‌های فوق توسط آزمون GOF کلموگروف-اسمیرنوف تایید شده است. در همین راستا، دوره‌های خشک سالانه بیش‌تر از نوع دو، سه و چهار پارامتری و لگاریتمی و غیرلگاریتمی هستند. ایستگاه آستارا و گرگان با توزیع پارتوی تعمیم‌یافته و چالوس و قراخیل با توزیع لجستیک تعمیم‌یافته هماهنگ‌تر می‌باشند. بقیه ایستگاه‌ها با توزیع حد تعمیم‌یافته برازش خوبی دارند. به نظر می‌رسد مدل‌های گسسته به‌خصوص نوع مرکب آن ارزیابی بهتری از دوره‌های خشک این ناحیه داشته باشند. همچنین به علت رفتار تصادفی و غیرنرمال دوره‌های خشک و عدم تخمین دقیق مدل‌های خطی ساده و مرکب از دوره‌های تر و خشک از مدل‌های مرکب خطی تعمیم‌یافته با در نظر گرفتن معیار AICC و BIC استفاده شد. مناسب‌ترین مدل دوره تر سالانه لوگ دوجمله‌ای منفی، لوگ پواسون، لوگ نرمال و لگاریتمی گاما شناخته شد. بررسی دوره‌های خشک با مدل‌های فوق نشان داد که مدل مناسب توزیع لوگ پواسون و لوگ نرمال است. همچنین توزیع دوجمله‌ای منفی در برخی ایستگاه‌ها با دوره‌های خشک هماهنگی نسبتاً خوبی دارد. به نظر می‌رسد استفاده از توابع توزیع گسسته از قبیل توزیع لوگ سری‌ها، توزیع دوجمله‌ای، توزیع هندسی و پواسون و همچنین ترکیب توزیع‌های فوق با هم به‌عنوان توزیع‌های مرکب بتواند در ارزیابی دقیق‌تر دوره‌های خشک مفید باشد. همچنین کاربرد مدل‌های مرکب خطی تعمیم‌یافته باید روی سایر پارامترهای اقلیمی و از دیدگاه فضایی مورد بررسی قرار گیرد.

References

- Abdollahi, A., (2015), "Providing of some family of continuous distributions to fit the best distribution on drought data of Guilan state and investigation of duration of the drought on this state", *Andishe*, 20 (2): 67-81.
- Anagnostopoulou, C., Maheras, P., Karacostas, T., Vafiadis, M., (2003), "Spatial and temporal analysis of dry spells in Greece", *Theoretical and applied climatology*, 1-2: 77-91.
- Bolker, B. M., Brooks, M. E., Clark, C. J., Geange, S. W., Poulsen, J. R., Stevens, M. H. H., White, J. S. S., (2008), "Generalized linear mixed models: A practical guide for ecology and evolution", *Trends in Ecology and Evolution*, 24 (3): 127-135.
- Carvalho, J. R. P., Assad, E. D., Evangelista, S. R. M., Pinto, H. S., (2013), "Estimation of dry spells in three Brazilian regions-Analysis of extremes", *Atmospheric Research*, 132-133: 12-21.
- Deka, S., Borah, M., Kakaty, S. C., (2010), "Statistical modeling of wet and dry spell frequencies over north-east India", *Journal of Applied and Natural Science*, 2 (1): 42-47.
- Deni, S. M., Jemain, A. J., Ibrahim, K., (2010), "The best probability models for dry and wet spells in Peninsular Malaysia during monsoon seasons", *International journal of climatology*, 30: 1194-1205.
- Deni, S. M., Jemain, A. A., Ibrahim, K., (2009), "Mixed probability models for dry and wet spells", *Statistical Methodology*, 6: 290-303.
- Deni, S. M., Jemain, A. A., (2008), "Mixed geometric truncated poisson model for sequences of wet days", *Journal of Applied Sciences*, 8 (21): 3975-3980.
- Deni, S. M., Jemain, A. A., (2012), "Comparison between Mixed Probability Models and Markov chain models for weekly dry and wet spells in Peninsular Malaysia", *Proceedings of the World Congress on Engineering*, July 4 - 6 London, U.K.
- Dobi-Wantuch, I., Mika, J., Szeidl, L., (2000), "Modeling wet and dry spells with mixture distributions", *Meteorol. Atmos. Phys*, 73: 245-256.
- Dietz, L. R., Chatterjee, S., (2014), "Logit-normal mixed model for Indian monsoon precipitation", *Nonlinear processes in Geophysics*, 21: 939-953.
- Gabriel, K.R., Neumann, J., (1957), "On the distribution of weather cycles by length", *Quart. J. Roy. Meteor. Soc*, 83: 375-379.
- Lana, X., Martinez, M. D., Burgueno, A., Serra, C., Martin-Vide, J. Gomez, L., (2006), "Distributions of long dry spells in the Iberian peninsula, years 1951-1990", *International Journal of Climatology*, 26: 1999-2021.
- Lana, X., Martinez, M. D., Burgueni, A., Serra, C., (2008), "Return period maps of dry spells for Catalonia (northeastern Spain) based on the Weibull distribution", *Hydrological sciences*, 53 (1): 48- 64.
- McCulloch, C. E., Searle, S. R., (2001), *"Generalized, linear, and mixed models"*, John Wiley & Sons: New york.
- Mathugama, S. C., Peiris, T. S. G., (2011), "Critical evaluation of dry spell research", *International Journal of Basic & Applied Sciences*, 11(6) :153-160.
- Myers, R. H., Montgomery, D. C., Vining, G. G., Robinson, T. J., (2010), *"Generalized linear models with applications in engineering and the sciences"*, Second edition, John Wiley & sons: New York.

- Rahimi, D., Movahdi, S., Barghi, H., (2010), "Assessment of drought severity using normal precipitation index (Case study Sistan and Baluchestan province)", **Geography and environmental planning**, 20 (4): 43-56. [In Persian].
- Raziei, T., (2015), "Investigation of drought characteristics in arid and semi-arid regions of Iran", **Watershed engineering and management**, 7 (4): 363-378. [In Persian].
- Roshani, M., Eslami, A., (2008), "Monitoring of drought on southern coast of Caspian sea using SPI method", **Geographical notion**, 2 (12): 32-46. [In Persian]
- Schuenemeyer, J. H., Drew, L. J., (2011), **"Statistics for earth and environmental scientists"**, John Wiley & Sons: London.
- Serra, C., Martinez, M. D., Lana, X., Burgueno, A., (2013), "European dry spell length distributions", years 1951–2000, **Theor Appl Climatol**, 114: 531-551.
- She, D., Xia, J., Song, J., Du, H., Chen, J., Wan, L., (2012), "Spatio-temporal variation and statistical characteristic of extreme dry spell in Yellow river basin, China", **Theor Appl Climatol**, 112(1-2): 201–213.
- Singh, N., and Ranade, A., (2010), "The wet and dry spells across India during 1951-2007", **Journal of Hydrometeorology**, 11: 26-45.
- Skrondal, A., Rabe-Hesketh, S., (2004), **"Generalized latent variable modeling: Multilevel, longitudinal, and structural equation models"**, Chapman & Hall/CRC press: London.
- Smart, S. M., Henrys, P. A., Scott, W. A., Hall, J. R., Evans, C. D., Crowe, A., Rowe, E. C., Dragosits, U., Page, T., Whyatt, J. D., Sowerby, A., Clark, J. M., (2010), "Impacts of pollution and climate change on ombrotrophic Sphagnum species in the UK: analysis of uncertainties in two empirical niche models", **Climate Research**, 45: 163-177.
- Sukla, M. K., Mangaraj, A. K., Sahoo, L. N., (2014), "On the precision of truncated negative binomial probability model for distribution of dry spell in the Mahanadi delta of India", **International Journal of Basic and Applied Science**, 3 (2):188-196.
- Vargas, W. M., Naumann, G., Minetti, J. L., (2011), "Dry spells in the River Plata Basin: an approximation of the diagnosis of droughts using daily data", **Theor Appl Climatol**, 104: 159-173.
- Vide, J. M., Gomez, L., (1999), "Regionalization of peninsular based on the length of dry spells", **International journal of climatology**, 19: 537-555.
- Williams, C.B., (1952), "Sequences of wet and of dry days considered in relation to the Logarithmic Series", **Quart. J. Roy. Meteor. Soc.**, 78: 511-516.
- Zolina, O., Simmer, C., Belyaev, K., Gulev, S. K., Koltermann, P., (2011), "Changes in the Duration of European wet and dry spells during the last 60 years", **Journal of climate**, 26: 2022-2047.